

IRT(Item Response Theory)を用いたWeb版 入学前教育(数学)システムのデータ分析について*

平山克己・隈本寛

The Analysis of Mathematic Training System Before Admission Using IRT(Item Response Theory)*

Katsumi HIRAYAMA・Satoru KUMAMOTO

2018年度に「Online IRT(Item Response Theory)を用いた経済学部入学前教育(数学)システムの構築」、2019年度に「Online IRT(Item Response Theory)を用いた経済学部入学前教育(数学)システムの実装と汎用化の検討」という研究課題名で学長選考型研究費が採択された[1]。筆者らは、従来冊子を配布し、解答、添削、返送していた入学前教育をWeb上で解答できるオンラインシステムを開発してきた。2019年度はプレリリースとして公開し、34名の学生が本システムを利用した。2020年度には本格リリースし、全推薦入学合格者が本システムを利用し、全員が合格した。

本論文では、2020年12月から2021年3月に収集した解答データの分析結果について述べる。本システムの最大の特徴はこれまで分からなかった入学前の高校生の学習状況や進捗状況を把握できる点である。また、本システムを利用する学生の数学能力や出題した問題の難易度を推定することができる。さらに、推定した学生の数学能力に応じて出題する問題を選ぶことができるようになった。出題した問題の難易度や学生の数学能力データも蓄積することができる。今後、蓄積したデータはIR(Institutional Research)で利用可能であると考えられる。

1. はじめに

経済学部では2012年から推薦入学合格者を対象に入学前教育を行ってきた。推薦入学の対象学生は商業科、情報科、ビジネス科などの出身で数学Iと数学Aしか受講していない。これでは経済学部で必要とされる数学知識を習得しているとはいえない状況で、数学を苦手とする学生も多かった。

そこで、入学前教育として推薦入学合格者を対象に、数学Iの問題冊子を配布し、解答してもらい、学生アルバイトが添削し返送する形式を取ってきた。また、入学時にプレースメントテストを行い、能力別のクラス分け講義を行ってきた。さらに、プレースメントテストで低い得点の学生には補習授業を行ってきた。

これまでの入学前教育、プレースメントテストや補習授業は一定の成果を上げていると考えるが、十分ではなかった。その理由は次の3点が挙げられる。1点目は入学前教育の冊子添削は学生アルバイトが行っているため、高校生がどのような問題につまづいているのか？昨年と今年の傾向はどう違うのか？全体的な傾向はどのように推移しているのか？などのノウハウが蓄積

きていない。2点目は入学前教育は冊子を配布して解答してもらった形式なので、自力で解答しているのか？高校の先生に教えてもらっているのか？が不明であった。3点目は入学前教育は大学の管理下にないので自発的な学習を促進し難かった。

そこで、オンライン項目応答理論(IRT)[2][3]を応用した入学前教育(数学)システムを構築することを考案した。IRTはテストにおける受験者の応答パターンを用いて、形式や難易度が異なるテストの結果を比較するための理論である。また、IRTはTOEICやTOEFLなど英語の試験でも利用されており、センター試験の後継となる大学入学希望者の学力を評価するテスト(大学入学共通テスト)でも使われる予定となっている。

経済学部の入学前教育システムは広島工業大学(HIT)で構築されたIRTシステムを参考にして開発した。HITのシステムは学習進捗状況チェックテスト(LCT)、補習テスト(FPT)と共同作業によるテスト(CWT)のサブシステムから構成されている。このシステムではテスト結果をIRTで分析し、学生の能力ポートフォリオに応じた補習クラスを受講するように設計されている。

さらに、通常の講義(数学)の中でも学習進捗状況をテストするシステムも構築している。HITではこの

システムを構築するために数百万円の予算を掛けたそう。経済学部の入学前教育は HIT のような大規模システムではなく入学前教育システムとして約半分以下の予算で構築することができた。

本研究の第一目的は IRT を応用した入学前教育 (数学) 学習進捗状況チェックシステムの構築である。このシステムを構築すれば、推薦入学で合格した高校生の学習進捗状況を把握することが可能となる。また、高校生がどのような問題でつまづいているのか? 全体的な傾向はどのように推移しているのか? など入試にも関連する情報を蓄積することができる。さらに、最大のメリットは入学前教育 (数学) データの蓄積である。推薦入試の合格発表は 12 月中旬に行われ、従来の数学問題冊子の解答締め切りは 2 月末である。従来のやり方は 12 月中旬から 2 月末までの約 3 か月間の学習状況は全く分からなかった。しかし、本システムはオンラインで繋がっているので推薦入学合格者はどの時期にどれ位学習しているのか? また、どのような問題を苦手としているのか? 正解率はどれくらいか? 等のデータを蓄積することができる。このような蓄積したデータは IR (Institutional Research) にも貢献できると考える。

本研究の第二目的は蓄積されたデータを分析し、推薦入学の合格者たちの数学能力を測定し、経年的にどのような傾向があるかを調査することである。

第三の目的は本研究の入学前教育 (数学) に IRT を利用したシステムで得られた結果とプレースメントテストの結果を比較し、翌年のプレースメントテストの作問に活かしていくことである。

2. IRT について

本章では、入学前教育システムの IRT について説明する。ここで、学生を i とし、学生の能力を θ_i とする。ただし、 $i=1 \dots N$ とする。ここで、 N は入学前教育登録ユーザー数である。次に、学生が解く問題を j とする。 $j=1 \dots M$ とし、学生 i が問題 j に正解する確率 [4][5] を P_{ij} とすれば (1) 式のようなロジスティック関数¹で示される。ここで、 a_j, b_j は識別パラメーターと呼ばれ、 a_j が大きくなると問題 j は識別しやすい (適切な問題である) ことを示している。一方 b_j は問題の難易度を表す識別パラメーターで、 b_j が大きい値を取ると、問題が難しいことを表している。このとき、学生 i が問題 j に誤答する確率を Q_{ij} とすれば、 P_{ij} は (2) 式のようになる。

$$P_{ij}(\theta_i; a_j, b_j) = \frac{1}{1 + \exp\{-1.7a_j(\theta_i - b_j)\}} \quad (1)$$

¹ロジット関数 $f(p) = \log \frac{p}{1-p}$ の逆関数でその逆関数を平行移動、拡大縮小したものも含めて表現した関数。

$$= 1 - Q_{ij}(\theta_i; a_j, b_j) \quad (2)$$

さらに、全ての問題に対する正解の可能性を L で表すと、(3) 式のようになる。ここで、 δ_{ij} は学生 i が問題 j に正解したとき $\delta=1$ となり、不正解のとき $\delta=0$ となる。

$$L = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M (P_{ij}^{\delta_{ij}} \cdot Q_{ij}^{1-\delta_{ij}}) \quad (3)$$

(2) 式、(3) 式から L は (4) 式のように表せる。

$$L = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M P_{ij}^{\delta_{ij}} \cdot (1 - P_{ij}^{1-\delta_{ij}}) \quad (4)$$

ここで、学生 i が問題 j に正解したかどうかの結果 δ_{ij} から、 L を最大化するように θ_j, a_j, b_j を推定しようとするのが IRT のアルゴリズムとなっている。

ただし、 θ_i, a_j, b_j の内 θ_i はシステム内で計算されているので、昨年のデータから a_j, b_j を推定し、システムに入力できるようにした。来年度からは、日々 a_j, b_j を推定し更新できるアルゴリズムを組込みたい。

3. web 版入学前教育システムの紹介

ここでは、web 版経済学部入学前教育 (数学) システムの画面や機能について述べる。本システムは 2019 年 12 月 20 日にプレリリースした。本システムは入学前の学生が問題に解答する出題解答機能と管理者がユーザー (推薦入学合格者)、問題、解答をコントロールする管理機能の二つに分けられる。各機能の概要は次節で説明する。

3.1 出題解答機能について

推薦入学合格者が URL にアクセスすると図 1 のようなログイン画面が表示される。「初めてログインする人はこちら」ボタンを押すと図 2 のような初期登録画面が表示される。



図 1 初回ログイン画面

初期登録画面では受験番号 (ログイン ID)、氏名、メールアドレス、電話番号とメールアドレスを入力するとユーザ登録が完了し図 1 のログイン画面に変わる。同時に、ユーザ登録が完了すると登録したメールアドレス



図 2 登録画面

にユーザ登録完了のお知らせが送信される。

ユーザー登録後、ログイン ID とパスワードを図 1 に入力すれば、図 3 のような問題選択画面が現れる。この画面では既に合格した單元には「合格」、合格していない單元には「もう一度」、一問も解答されていない單元には「未解答」と表示され、「もう一度」と「未解答」の單元は再度選択できるようになっている。



図 3 問題選択画面

推薦入学合格者は好きな單元から始め、合格するまで何度でも挑戦することができる。もちろんスマートフォンからもアクセスできる。昨年の状況からスマートフォンからのアクセスが多いようである。また、再挑戦の際には過去 8 年分の入学前教育の数学冊子の問題が収録されており未解答の問題が出題される。8 回やり直しになった場合は再度、易しい問題から出題される。

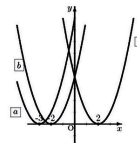
單元を選択すると、まず、図 4 のような例題とその解き方が表示される。図 4 は單元が因数分解の例題である。次に「練習問題」ボタンを押すと画面が切り替わり図 5 のような画面が表示される。図 5 は單元が二次関数とグラフの練習問題である。ユーザは下の選択肢から解答を選び「次へ」ボタンを押すと正解が否かをシステムが判断する。

正解なら、次の問題に進み、不正解なら図 6 のように正解が表示してから次の問題に進む。図 6 は図 5 が不正解だった場合の解答を示している。不正解の場合も「次へ」ボタンを押せば選択した單元の問題を続けることができる。



図 4 例題画面

問題 2.2: 次の二次関数のグラフを \square から \square のどれかをを選んで答えよ。また、頂点 (d, e) を答えよ
 (1) $y = (x+2)^2$



解答

グラフ
 d
 e

図 5 解答画面

問題 2.2 の正解は以下通りです。

問題 2.2: 解答
 (1) $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に -2 だけ平行移動させたもの。グラフは下図

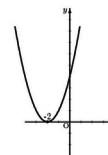


図 6 正解画面

4. 2020 年のデータ分析結果について

ここでは、本システムにより収集した 2020 年度のデータ (学生の出身高校, 連絡先電話番号, などの個人情報, 利用状況, 合格までの時間, 單元毎の合格率など) を分析した結果について述べる。さらに、入試区分や学科別の分析結果についても述べる。

4.1 データの概要について

まず、解答データは縦にユーザ ID (144 名), 横に各問題 (788 問) のマトリックスにユーザ毎、問題毎の正解

(値:2), 不正解 (値:1), 未解答 (値:0) が入っている。出題されていない問題もあるのでスパースなマトリックスになっている。解答データを基に縦にユーザID(144名), 横に各単元 (12単元) のマトリックスに集約したデータもデータベースに保存されている。集約データではユーザ毎, 単元毎の正解率が入っている。さらに, ユーザ毎の本システムにアクセスした時間, ログアウトした時間, 正解した時間, 誤答した時間, 合格までに掛かった時間や総合得点をまとめたデータは時系列データとしてログに記録されている。

4.2 時系列データと総合得点について

時系列データのログと総合得点から得たデータを図7の散布図で示す。各点が各ユーザの合格までの日数と総合得点の結果である。

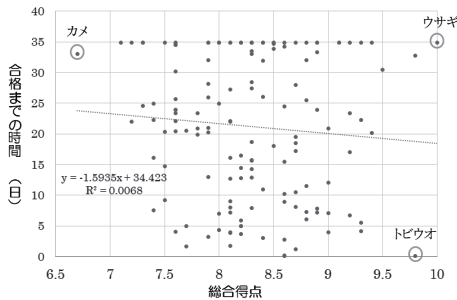


図7 合格日数と総合得点の散布図

総合得点の最小値が6.7となっている理由は各単元の6割以上の正解率になるまで, 何度でも解答できるからである。最終的には全員合格したので最低でも6.7という総合得点となっている。この散布図を線形近似すると $y = -1.5935x + 34.423$ となった。相関係数は0.0068とほとんど相関はないことが分かった。ただし, 図7の線形回帰が負の相関であることは合格までの日数が大きいほど, 総合得点が小さいことを示唆している。これに関しては, データを蓄積していくことにより, この推測の正否を判断できると考える。

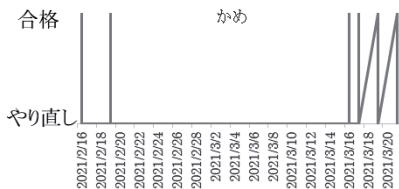


図8 カメの解答行動

ここで, 特徴的なユーザの時系列データを観察してみた。まず, 図7の左上のユーザをカメ, 右上のユーザをウサギ, 右下のユーザをトビウオと名前を付けた。ま

ず, カメの解答行動を図8に示す。この図は縦軸に合格 (値:1) かやり直し (値:0), もしくは, システムにログインしていない (値:0) の2値で表し, 横軸が日数である。カメの場合, 合格するまでに32日間を要している。さらに, 提出期限は2月末だったにもかかわらず, 3月20日まで解答を続けている。さらに, 解答を始めたのは2月16日と締め切り2週間前だった。明らかに取り組みを開始する時期が遅いことが分かる。これは, 本システムから解答していないユーザを洗い出し, 経済学部資料室から催促の電話をしてもらったからである。

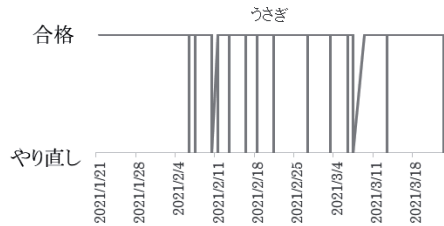


図9 ウサギの解答行動

次に, 図8と同様に, ウサギの解答行動を図9に示した。ウサギもカメと同様に何度もやり直しをしているが, ウサギの総合得点は10と最高得点である。また, 合格までに要した時間は56日間だった。カメと同様, 提出期間を超えて解答している。図9からも分かるように, 何度もやり直しになっているが, おそらく全問正解になるまで何度も挑戦したと考える。数学は得意ではないが, 向上心が高く努力家で本システムの愛好者である姿が想像できる。

最後に, トビウオを図10に示す。トビウオはカメやウサギと異なり, なんと約3時間で合格している。やり直しも3回で数学が得意な学生であることが読み取れる。

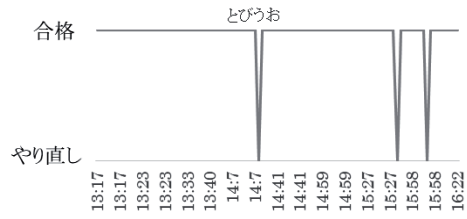


図10 トビウオの解答行動

4.3 学科別分析について

本学経済学部の2020年度推薦入試では全国入試 ($n = 51$), 地域推薦 ($n = 62$) と商業科・総合学科推薦 ($n = 31$) の3種類の入試区分がある。ここで, n は合格者数である。

まず, 学科別区分別単元毎の分析について紹介する。全単元の分析結果もあるが, 紙面の都合上特徴のある単元について述べる。図11は経営情報学科の単元「因

数分解」(太線), 「二次関数とグラフ」(破線) と「二次関数の最大最小」(細一点破線) で表した。

次に, 図 12 は経済学科の単元「因数分解」(太線), 「二次関数とグラフ」(破線) と「二次関数の最大最小」(細一点破線) で表した。

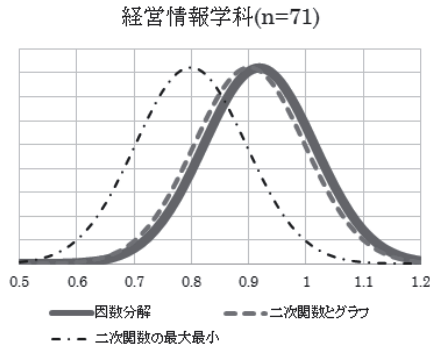


図 11 学科別分析 (経営情報学科)

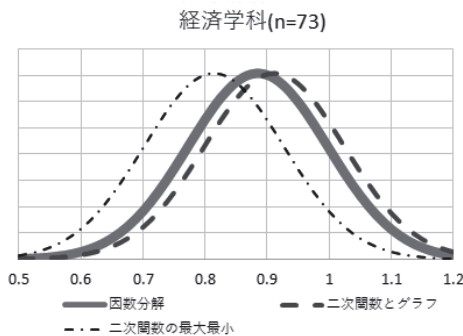


図 12 学科別分析 (経済学科)

図 11 と図 12 から分かるように, 単元「因数分解」に関しては, 経営情報学科の推薦入学合格者の方が上回っている。一方, 単元「二次関数とグラフ」に関しては経済学科の方が上回っている。また, 単元「二次関数の最大最小」では若干経済学科の方が上回っている結果となった。

原因は調査する必要があるが, 従来の問題冊子を配布し, 返送してもらい学生アルバイトに添削してもらう方式ではこれらのデータは得られなかった。本システムにデータを蓄積すれば新たな知見も得られると考える。

4.4 入試区分の分析について

ここでは, 入試区分の分析結果について述べる。まず, 本学経済学部の 2020 年度推薦入試では全国入試 ($n=51$), 地域推薦 ($n=62$) と商業科・総合学科推薦 ($n=31$) の 3 種類の入試区分がある。

ここで, n は合格者数である。図 13 は全国推薦合格者が取り組んだ単元「順列と組合わせ」, 「場合の数と確率」と「点の座標」を集計した結果である。太線は単元「順列と組合わせ」, 破線は「点の座標」, 一点破線は「二次関数の最大最小」の結果である。

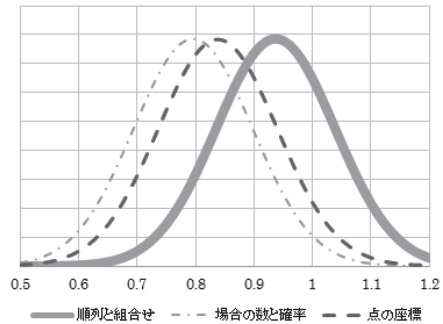


図 13 入試区別分析 (全国推薦)

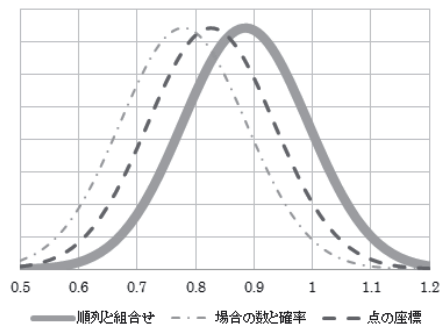


図 14 入試区別分析 (地域推薦)

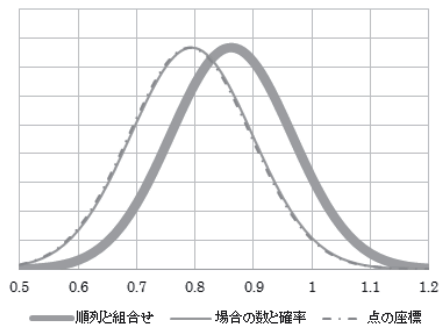


図 15 商業科・総合学科推薦

図 14 も図 13 と同様の地域推薦合格者が取り組んだ結果を集計したグラフである。全国推薦に比べ, どの単元も地域推薦の方が低い, 学生のレベルを上げたいのであれば定員の見直しも必要であると考えられる。個人的

にも、地域推薦の学生の方がトラブルを起こしたり、メンタル面で弱いような傾向があるように思える。

図15は商業科・総合学科推薦合格者が取り組んだ結果を集計したグラフである。単元「順列と組合せ」では地域推薦とほぼ同じと見える。商業科・総合学科推薦の特徴は単元「場合の数と確率」と「点の座標」の分布がほぼ同じという点である。これは、 n が小さいことが原因だと考える。

各単元の平均点の順位においては差異はない。単元「場合の数と確率」では商業科・総合学科が全国推薦と肩を並べている。個人的には、商業科・総合学科推薦の学生は数学は弱い、まじめで努力して単位を修得する学生が多いという印象がある。簿記などの科目で組み合わせの能力が養われているのか今後のデータを用いて検証していきたい。

4.5 単元別分析について

図16はすべての単元について分析した結果である。単元が12もあるので、分かりにくい図になっていることはご了承いただきたい。

まず、もっとも右に山の頂点が寄っている分布は単元「数学的帰納法」である。その次は「 n 進法」だった。しかし、これは平成27年度に高校数学の指導要領が改定され、これらの単元が追加された。これらの単元に関するこれまでに蓄積した問題数が少なく、正解率データが偏ってしまったことが原因と考える。

逆に、最も左に寄っている単元毎の分布の単元は「 Σ

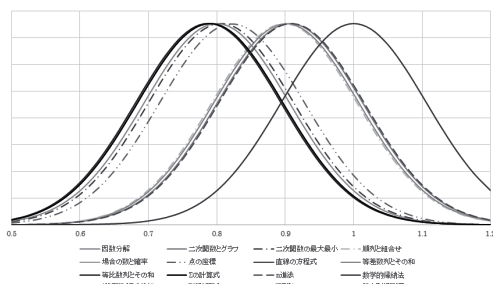


図16 単元ごとの分析

の計算式」で、これは教育現場に携わる者は著しく感している単元ではないだろうか？ちなみに、分布（平均）の高い順は「数学的帰納法」、「 n 進法」、「順列と組合せ」、「因数分解」、「点の座標」、「二次関数の最大最小」、「等差数列とその和」、「点の座標」、「等比数列とその和」、「直線の方程式」、「 Σ の計算式」の順だった。

数年前まで、大学の情報教育現場でも、 n 進数を教える必要があった。しかし、高校数学の指導要領が改定され、 n 進数の単元が追加された。これにより、情報科学入門の試験でも n 進数の問題の解答率が急に向上した経

験がある。現在では情報教育の講義で二進数を教える必要がなくなった。このような環境変化に対応するためにも本システムを活かしていきたい。

5. 今後の予定と課題

现阶段では、入学前教育（数学）の分析に必要なデータはデータベースに保存されている。しかしデータを分析するためにはSQL¹を駆使しなければ、分析はできない。若い教員に技術伝承が必要であると考えられる。

また、男女の違いや都道府県別によって、経営情報学科と経済学科のどちらを選んでいるのか？入学前教育システムにアクセスしている時間帯は朝、昼、晩、深夜によってどのように合格までの日数が違うのか？入学前教育システムの成績と入学後の数学成績には関係があるのか？同様に、情報教育科目との関係はあるのか？などデータは揃っているが、まだまだ分析はし尽くせてない。

さらに、データベースに蓄積されたデータを分析スキルを技術伝承をできるように仕組みも必要であると考えられる。まだ、本格リリースから2年目なのでデータはそれほど溜まっていないが、データの蓄積は必ず将来の意思決定に役立つと信じている。まだまだ、未熟なシステムですが蓄積したデータを大学運営に役立てれば幸いです。

6. おわりに

足かけ4年、入学前教育（数学）システムを構築してきた。紆余曲折あったが、推薦入学合格者たちの行動や数学能力については、少しずつ分かってきたように感じる。彼ら、彼女らの動向が分かれば、推薦入試の一助になると考える。

また、本システムによって、これまで分からなかったデータを入手することができるようになった。さらに、データを分析し、本論で示したようなグラフで可視化できるようになった。

しかし、入学前教育システムを開発したために、その保守を筆者らがしなければならなくなった。入学前教育システムによって、学生の教育や入試戦略に有用な情報を得られるようになれば幸いです。

何年後には高校の指導要領も変更される。それにともない、システムで出題する問題も変更しなければならない。誰がそのコストを負担してくれるのだろうか？高校教諭からはもっと問題数を増やしてほしいなどの要望もあるらしいが、しばらくはユーザのデータを蓄積し本学受験者の動向を探りたいと考えています。

¹DBMS（データベース管理システム）上でデータやデータベースを制御するための言語で、ユーザーやシステムからの命令を受けてRDB（リレーショナルデータベース）にクエリ（問い合わせ）を行い、結果を返すコマンド

参考文献

- [1] 平山克己・隈本覚,[2019],OnlineIRT による web 版経済学部入学前教育 (数学) システムの開発について,北九州市立大学商経論集, Vol. 1-2-3-4, No. 55, pp. 1-6
 - [2] Hideo Hirose,[2016],Meticulous Learning Follow-up Systems for Undergraduate Students Using the On-line Item Response Theory, 5th IIAI International Congress on Advanced Applied Informatics pp.427-432.
 - [3] Baker, Frank B., Kim, Seock-Ho,[2004],Item Response Theory, Parameter Estimation Techniques, Second Edition (Statistics: A Series of Textbooks and Monographs) (English Edition)
 - [4] D.R. Cox & H.D. Miller,[1964],THE THEORY OF STOCHASTIC PROCESSES, CHAPMAN AND HALL
 - [5] 田崎武信・後藤昌司・浅野長一郎,[1981],事象系列の統計解析,森北出版
-