

令和3年度
博士論文

衝撃波を伴う超音速流れに対する 定量的可視化法の適用

学籍番号：2019DBA001 氏名：竹下 泰史

指導教員： 宮里 義昭 教授
仲尾 晋一郎 准教授

北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科
環境工学専攻 機械システムコース

提出年月 令和4年2月

目次

目次	・・・・・・・・・・	I
記号	・・・・・・・・・・	IV
第 1 章 序論		
1.1 本研究の背景	・・・・・・・・・・	1
1.1.1 超音速噴流	・・・・・・・・・・	1
1.1.2 管内の超音速流れ	・・・・・・・・・・	2
1.1.3 超音速流れの光学的可視化法	・・・・・・・・・・	2
1.2 本研究の目的	・・・・・・・・・・	3
1.3 本論文の構成	・・・・・・・・・・	4
第 2 章 超音速流れに対する定量的可視化法の適用に関する従来の研究		
2.1 超音速噴流に関する従来の研究	・・・・・・・・・・	11
2.2 ショックトレーンに関する従来の研究	・・・・・・・・・・	11
2.2.1 ショックトレーンと擬似衝撃波の関係	・・・・・・・・・・	12
2.2.2 ショックトレーンの構造	・・・・・・・・・・	12
2.2.3 ショックトレーンの振動と周波数特性	・・・・・・・・・・	13
第 3 章 実験装置と方法		
3.1 レインボーシュリーレン法の実験装置の構成	・・・・・・・・・・	18
3.2 レインボーフィルター	・・・・・・・・・・	18
3.3 超音速ノズル	・・・・・・・・・・	18
3.4 高速度マッハ・ツェンダー干渉法の実験装置の構成	・・・・・・・・・・	19
第 4 章 密度場の再構築方法		
4.1 レインボーシュリーレン法による密度場計測	・・・・・・・・・・	23
4.1.1 超音速噴流の 3 次元密度場の再構成	・・・・・・・・・・	23
4.1.2 管内超音速流れの 2 次元密度場の再構成	・・・・・・・・・・	24
4.2 マッハ・ツェンダー干渉法による密度場計測	・・・・・・・・・・	25
4.2.1 超音速噴流の 3 次元非定常密度場の再構成	・・・・・・・・・・	25
4.2.2 管内超音速流れの 2 次元非定常密度場の再構成	・・・・・・・・・・	27
第 5 章 超音速噴流の 3 次元構造		

5.1	流れ場の可視化	33
5.2	不足膨張音速噴流の密度場	33
5.3	不足膨張音速噴流の内部構造	34
5.4	本章のまとめ	36
第6章 超音速噴流の非定常特性		
6.1	定量的可視化観察	44
6.1.1	NPR = 3.0	44
6.1.2	NPR = 4.0	45
6.1.3	NPR = 5.0	46
6.2	本章のまとめ	46
第7章 ショックトレーンの内部構造		
7.1	境界層厚さの算出方法	55
7.2	流れ場の可視化	56
7.3	流れ方向の壁面における静圧測定	57
7.4	流れの密度勾配場	57
7.5	ショックトレーンの特徴	58
7.6	本章のまとめ	61
第8章 ショックトレーンの非定常特性		
8.1	流れ場の可視化	69
8.2	干渉縞移動量変動のRNS値	70
8.3	レインボーシュリーレン法から得られた定量値との比較	70
8.4	レーザーシュリーレン写真	72
8.5	衝撃波の発生位置におけるパワースペクトル密度分布	73
8.6	本章のまとめ	73
第9章 乱流モデルによるショックトレーンの構造		
9.1	数値流体シミュレーション条件	84
9.2	乱流モデルの影響	85
9.3	本章のまとめ	86
第10章 結論		
10.1	超音速噴流の定量的可視化	93

10.1.1	超音速噴流の3次元構造	・ ・ ・ ・ ・	93
10.1.2	超音速噴流の非定常特性	・ ・ ・ ・ ・	94
10.2	ショックトレーンの定量的可視化	・ ・ ・ ・ ・	94
10.2.1	ショックトレーンの内部構造	・ ・ ・ ・ ・	94
10.2.2	ショックトレーンの非定常特性	・ ・ ・ ・ ・	95
10.2.3	乱流モデルによるショックトレーンの構造	・ ・ ・ ・ ・	95
10.3	今後の課題	・ ・ ・ ・ ・	96
参考文献		・ ・ ・ ・ ・	97
謝辞		・ ・ ・ ・ ・	101

記号表

本文で用いた主な記号は以下の通りである．この他に使用した記号を用いた箇所では，その定義を本文中に明記してある．

記号		添え字	
A	: 断面積	0	: よどみ状態
a	: 音速	b	: 背圧
C_d	: 流出係数	e	: ノズル出口
D	: ノズル直径	th	: 理論値
h	: ノズル高さ	*	: 臨界状態
L	: ノズル長さ	1	: 先頭衝撃波直前
M	: マッハ数		
p	: 圧力		
R	: ガス定数		
Re	: レイノルズ数		
r	: ノズル半径		
T	: 温度		
t	: 時間		
u	: 流速		
W	: ノズル幅		
z	: 流れ方向距離		
y	: 半径方向距離		
Γ	: 気体力学関数		
γ	: 比熱比		
δ	: 境界層厚さ		
δ^*	: 排除厚さ		
μ	: 粘性係数		
ρ	: 密度		
f	: 周波数		
θ	: 角度		
n	: 屈折角		

第1章 序論

現在、超音速流れは航空宇宙工学分野をはじめ工業上様々なところで利用されている。超音速流れの問題を論ずる場合、衝撃波の発生とその挙動は流れに非常に大きな影響を及ぼす重要な現象の1つである。超音速流れにより発生する衝撃波は、噴流内に発生する外部流れの場合と管内などに発生する内部流れに分類することができる。本論文では、衝撃波を伴う超音速外部及び内部流れについて、定量的可視化法を用いて調査し、その結果をまとめたものである。本章では、超音速外部及び内部流れについて簡単に述べ、本研究の背景と目的及び本論文の構成について概説する。

1.1 本研究の背景⁽¹⁾

一般に上流のよどみ室において圧力 p_0 、温度 T_0 をもつ完全気体が超音速ノズルにより加速され、静止する同じ気体で占められる背圧 p_b の低圧領域に噴出する流れでは、 p_b/p_0 を変化させることによってノズル内の圧力分布 p/p_b は図 1.1 のようになる。図 1.1 はノズルを通る流れは衝撃波を除いて一次元定常等エントロピー流れとし、ノズル内に発生する衝撃波は垂直衝撃波と仮定する。

図 1.1 の①の状態では、 p_b が p_0 よりわずかに低い場合であり、ノズル内の流れは常に亜音速である。①の状態から、 p_b/p_0 を②の状態まで低くするとスロートでの流速は音速に等しくなり臨界状態となる。この場合、流れは末広部で減速され、ノズル内の流れは再び亜音速となる。

1.1.1 超音速噴流⁽¹⁾⁽²⁾

図 1.1 の④の状態より圧力比 p_b/p_0 を低くする場合、図 1.1 の⑤においてノズル出口端からマッハ衝撃波、図 1.1 の⑥においてノズル出口端から斜め衝撃波が発生する。このとき、ノズルからの超音速噴流は過膨張噴流となる。

図 1.1 の⑦と図 1.2(c)は、ノズル出口圧力 p_e と背圧 p_b が等しく、超音速ノズルの理想的な作動状態である。このとき、ノズル出口から噴出した超音速噴流は適正膨張噴流となる。

図 1.1 の⑧と⑨の範囲では、流れはノズル内で p_b まで膨張できず、ノズル出口端から膨張し、不足膨張噴流となる。ここで、ノズル出口端で発生する膨張波は、噴流の自由境界で反射を繰り返す、噴流はセル構造となり、図 1.2(d)に示すように、噴流の自由境界面で反射する膨張波が重なり合ってバレル衝撃波（軸対称噴流の場合）あるいは遮断衝撃波（非軸対称噴流の場合）が形成される。また、不足膨張の程度が大きくなると、図 1.2(e)に示すように、噴流中心部分に垂直衝撃波に近い形状の衝撃波が現れる。これは、マッハディスク（軸対称噴流の場合）あるいはマッハ衝撃波（非軸対称噴流の場合）である。

超音速噴流は、航空宇宙工学分野をはじめ、工業上様々なところで利用されている。例えば、発電所などのボイラの伝熱表面に付着したすすなどを除去するためにスーツブロワノズルからの超音速噴流

が利用されている。また、廃棄物のリサイクルや再利用への応用が試みられているフレームジェットや精密プラズマ切断に用いられるアークジェットなど、超音速噴流は各種機器において利用されている。

1.1.2 管内の超音速流れ⁽¹⁾⁽³⁾

図 1.1 のノズル内の衝撃波は垂直衝撃波と仮定しているが、衝撃波直前の気流マッハ数が増加する場合、管路や流路の超音速流れが亜音速に減速されるとき発生する垂直衝撃波は、壁面に沿って形成される境界層と干渉を起こす。境界層の挙動は流れ方向の圧力分布に強く依存し、衝撃波は流れ方向に急激な圧力上昇をもたらすことから、この両者の干渉が起こる流れ場はかなり複雑である。

例えば、衝撃波直前の管入口断面積に対する境界層の占める割合が同じで断面積変化のない管内における垂直衝撃波と乱流境界層の干渉の様子を模式的に示すと、図 1.3 となる。すなわち流入マッハ数 M_{1e} が約 1.3 以下である場合には、図 1.3 (a) に示すように衝撃波と境界層の干渉の程度が弱く、境界層の剥離は起こらない。このときの衝撃波の形状は壁面近くを除いてほとんど垂直の状態である。また、 M_{1e} が約 1.3 より大きく 1.5 より低い場合、衝撃波との干渉により境界層の剥離が起こり、図 1.3 (b) に示すように、剥離によって凹面状になった境界層外縁の部分から圧縮波が発生する。この圧縮波は衝撃波を形成し、管中央部の衝撃波と交わるため、衝撃波は境界層の近くで枝分かれした状態となる。分枝の程度は衝撃波が強いほど激しく、 M_{1e} が約 1.5 以上になると、図 1.3 (c) に示すように、分枝した衝撃波の下流に新たに一つあるいはそれ以上の衝撃波が現れる。このようにして形成される一連の衝撃波はショックトレインと呼ばれる。

また、ショックトレインは図 1.4 (a)~(d) にそれぞれ示すように、超音速ノズルや超音速ディフューザ等の管内、ジェットエンジンの空気取り入れ口、ターボ機械等の翼列内、超音速エゼクタ内において見られる。その他、衝撃波管、バルブ、軸受け、超音速 MHD 発電機、空気マイクロメータのような各種機器においても観察されている。

1.1.3 超音速流れの光学的可視化法

超音速流れに対する代表的な測定方法として、ピトー管などの接触型センサが一般的に広く用いられている。しかし、超音速流れの中に接触型センサを挿入すると、センサ前面に衝撃波が形成され、計測値に強い影響を及ぼす。また、接触型センサは単点計測が基本のため、流れ場全体を計測するのは極めて多くの時間を要する。

一方、非接触型の計測方法には、シャドウグラフ法、シュリーレン法、マッハ・ツェンダー干渉法などの光学的測定法がある。この最大の特徴は、流れ場全体の様相を確認可能なことである。

光学的測定法の中でも図 1.5 に示すシュリーレン法⁽⁴⁾は、比較的簡単な光学装置であり、ナイフエッジを用いて、流れ場の様相を定性的に観察することが可能である。ナイフエッジの代わりに図 1.6 に示

す 3 色カラーフィルターを用いたカラーシュリーレン法による流れの可視化方法がある。これは、図 1.7 に示す通り、色によって流れの状態を判断しやすいという特徴をもっている。

これらは定性的可視化法である。シュリーレン法の原理に基づく定量的可視化法は以下である。

- (a) キャリブレートシュリーレン法⁽⁵⁾：ナイフエッジを用いて、流れの密度勾配を画像の輝度として計測し、定量値を算出する方法（図 1.8）。
- (b) レインボーシュリーレン法⁽⁶⁾：ナイフエッジの代わりにレインボーフィルターを用いて、流れ場をフィルターの色相の変位量として計測し、定量値を算出する方法（図 1.9）。
- (c) フォーカシングシュリーレン法：複雑な 3 次元構造の流れ場における任意の断面の定量値を得ることが可能な方法（図 1.10）。
- (d) 背景シュリーレン法：光線の偏角により生じる外観画像のゆがみを定量化し、屈折率の変化を可視化することで定量値を算出する方法（図 1.11）。

また、レーザーを用いた定量的可視化法は以下である。

- (e) マッハ・ツェンダー干渉法：光路差によって生じる 2 つの光の干渉効果を利用して流れ場を可視化し、縞の移動量から定量値を算出する方法（図 1.12, 図 1.13）。
- (f) トワイマングリーン干渉法：(e)と原理は同一。しかし、光線が測定部を 2 回通過するため、縞の移動量が 2 倍になる。そのため、高精度で定量値を算出することが可能な方法。
- (g) レーザー散乱法：分散された粒子試料中をレーザー光が通過する際に散乱する光の強度の角度依存性を測定することで、粒度分布を測定し、定量値を算出する方法。

1.2 本研究の目的

超音速流れに関する研究は、現在に至るまで多くの研究がなされている。しかし、ノズル出口近くの領域における超音速噴流の 3 次元構造や非定常特性を実験的に調べた研究はほとんどない。また、ショックトレインに関する従来の実験的研究では、ショックトレイン内部の境界層の特性やショックトレインの 2 次元非定常特性について調べた研究はほとんどない。さらに、ショックトレインを数値計算によって調べる試みもなされている^{(7)~(10)}が、その結果は定性的にはよく一致するものの、定量的にはほとんど一致しないかあるいは得られる結果が計算で使用する乱流モデルに左右されるなどの問題がある。

そこで、本研究の目的は以下の 5 点とする。

- (1) レインボーシュリーレン法を用いて、超音速噴流の 3 次元構造を調べる。
- (2) 高速度マッハ・ツェンダー干渉法を用いて、超音速噴流の非定常特性を調べる。
- (3) レインボーシュリーレン法を用いて、ショックトレインの内部構造を調べる。
- (4) 高速度マッハ・ツェンダー干渉法を用いて、ショックトレインの非定常特性を調べる。
- (5) 数値流体シミュレーションを用いて、ショックトレインの内部構造を調べる。

1.3 本論文の構成

本論文は 10 章から構成される。

第 1 章では、超音速流れの概要や本研究の背景及び目的について述べた。

第 2 章では、超音速噴流の構造や断面積一定の管内におけるショックトレーンの構造に関する従来の研究を詳細に述べる。

第 3 章では、本研究で用いたレインボーシュリーレン法および高速度マッハ・ツェンダー法の実験装置と方法について述べる。

第 4 章では、レインボーシュリーレン法および高速度マッハ・ツェンダー法を用いた密度場の再構築方法について述べる。

第 5 章では、レインボーシュリーレン法を超音速噴流に適用し、噴流の 3 次元構造を調べた結果について述べる。

第 6 章では、高速度マッハ・ツェンダー法を超音速噴流に適用し、噴流の 3 次元非定常特性を調べた結果について述べる。

第 7 章では、レインボーシュリーレン法を断面積一定の管内のショックトレーンに適用し、ショックトレーンの 2 次元密度場の構造を調べた結果について述べる。

第 8 章では、高速度マッハ・ツェンダー法を断面積一定の管内のショックトレーンに適用し、ショックトレーンの 2 次元非定常密度場の構造を調べた結果について述べる。

第 9 章では、数値流体シミュレーションを断面積一定の管内のショックトレーンに適用し、ショックトレーンの時間的平均特性を調べて結果について述べる。

第 10 章では、本論文の結論について述べる。

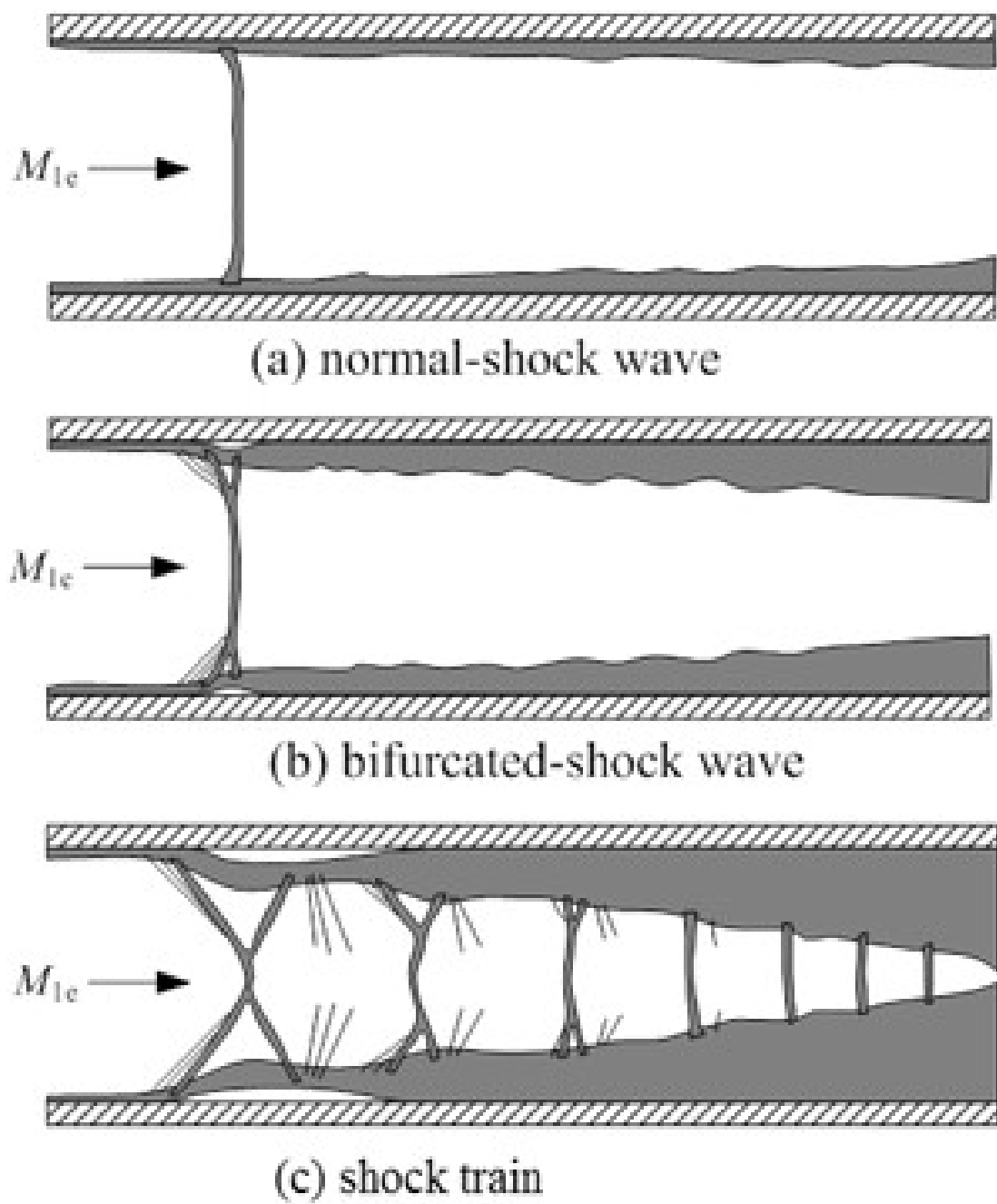


図 1.3 断面積一定の管内における垂直衝撃波と乱流境界層の干渉

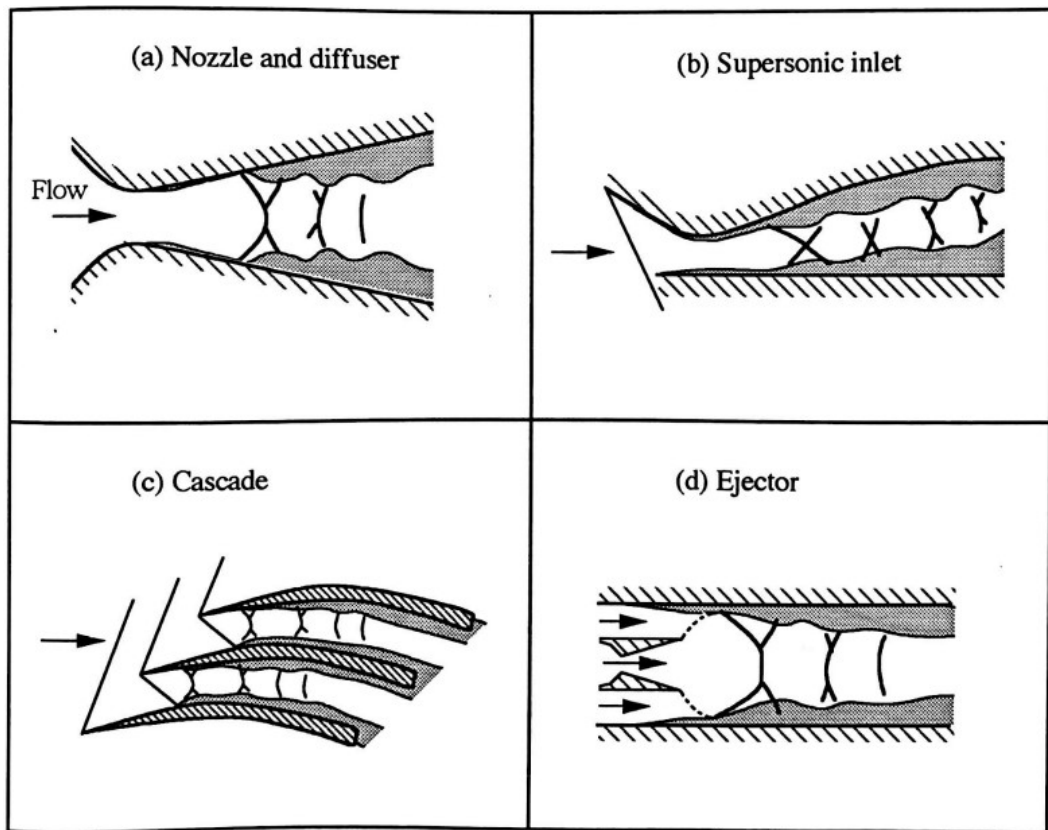


図 1.4 各種機器におけるショックトレーン

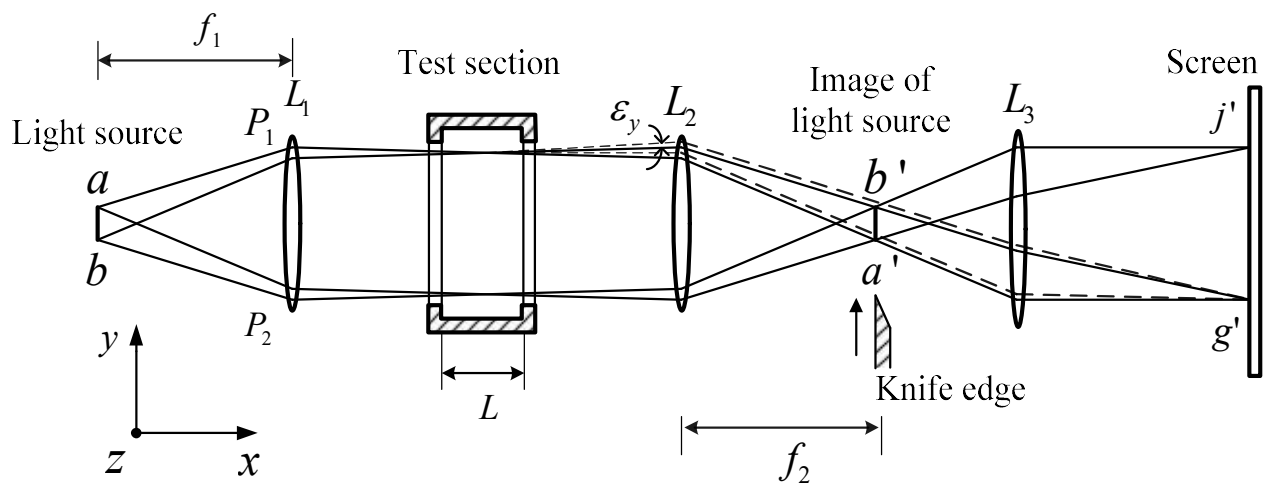


図 1.5 シュリーレン法の基本的な配置図

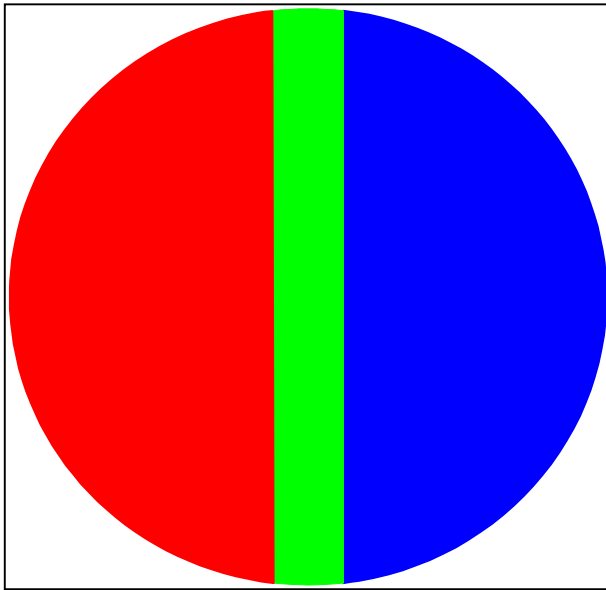


図 1.6 3 色のカラーフィルター

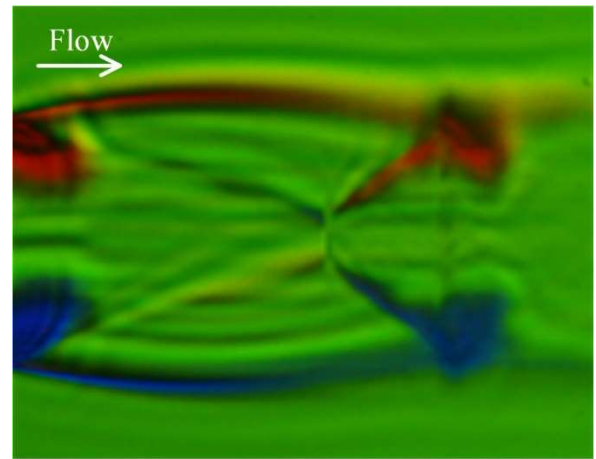


図 1.7 カラーシュリーレン画像

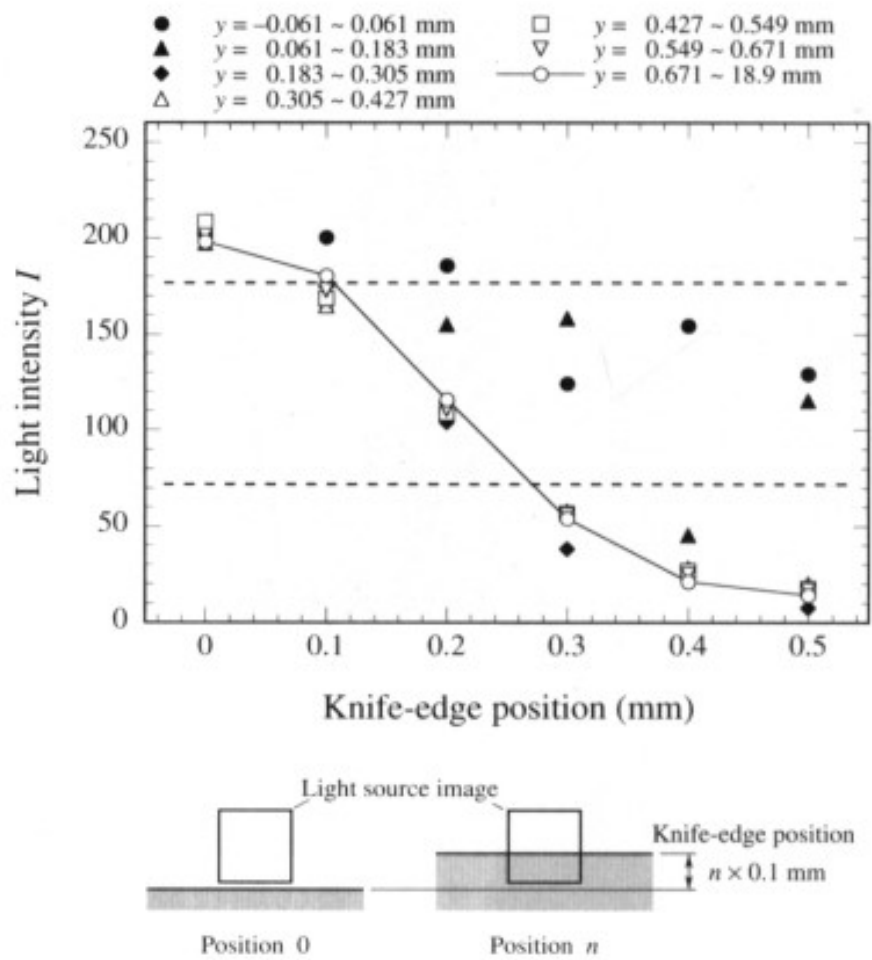


図 1.8 各画素の輝度 I とナイフエッジ位置の関係

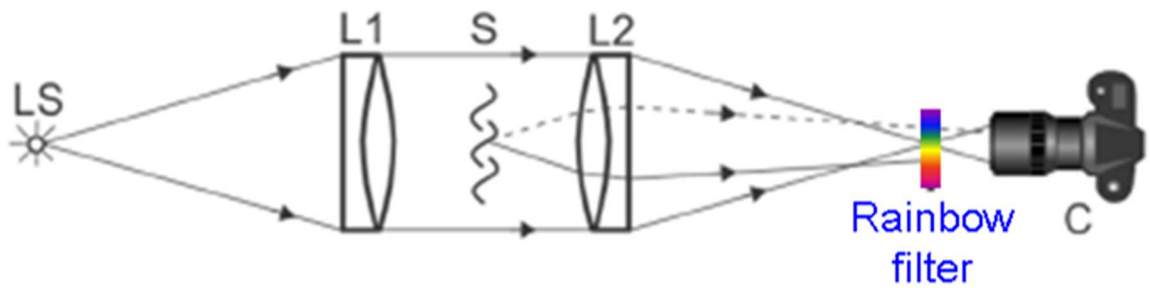


図 1.9 レインボーシュリーレン法

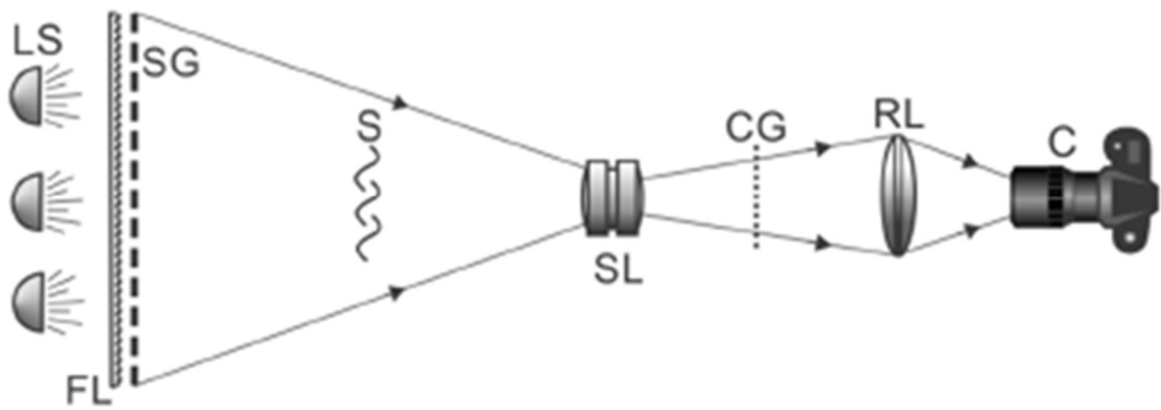


図 1.10 フォーカシングシュリーレン法

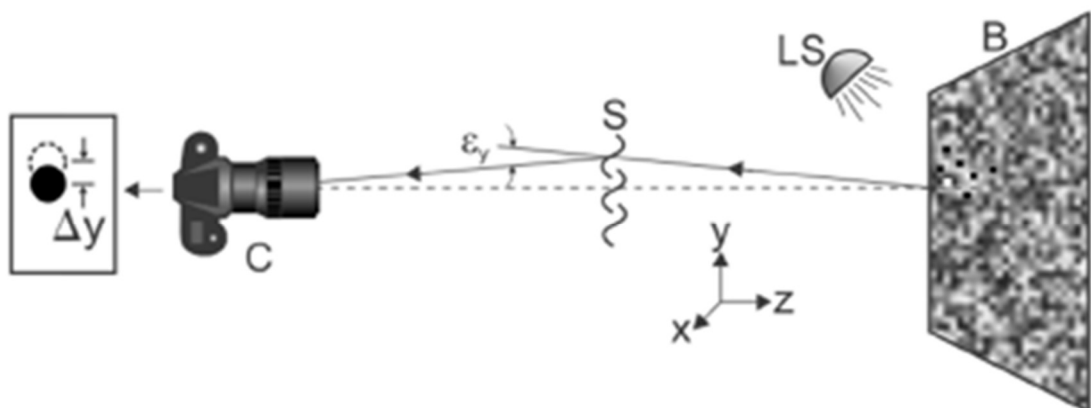


図 1.11 背景シュリーレン法

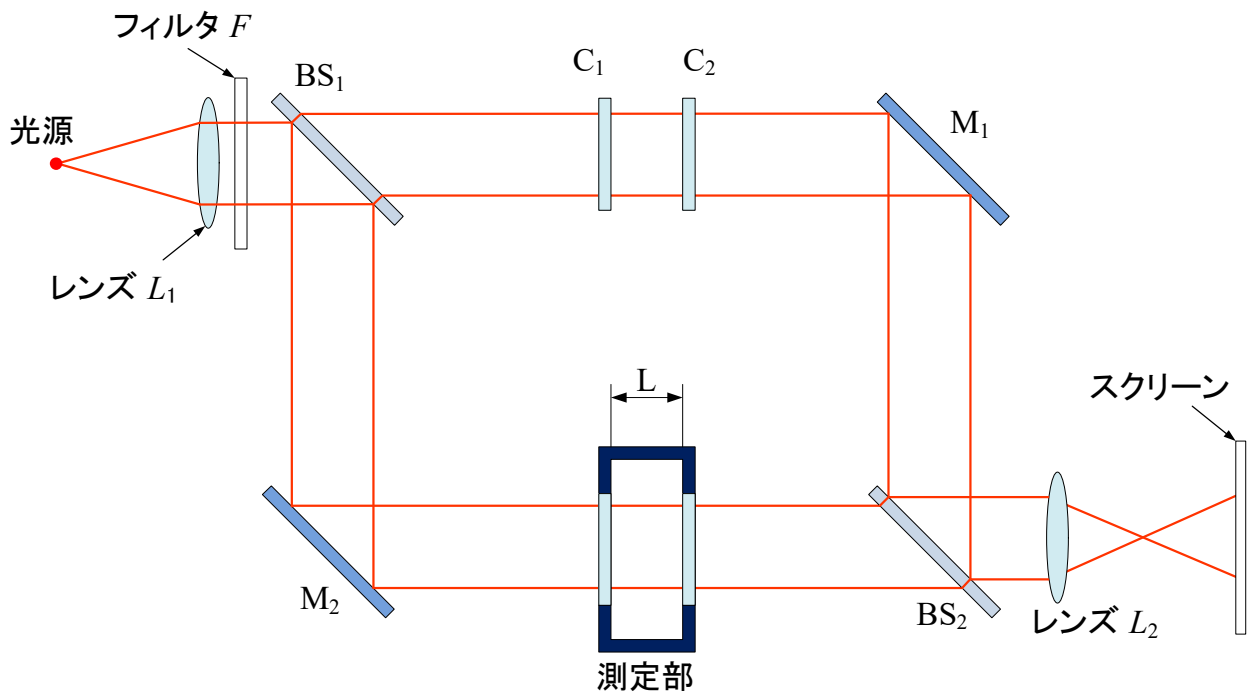


図 1.12 マッハ・ツェンダー干渉法の基本配置図

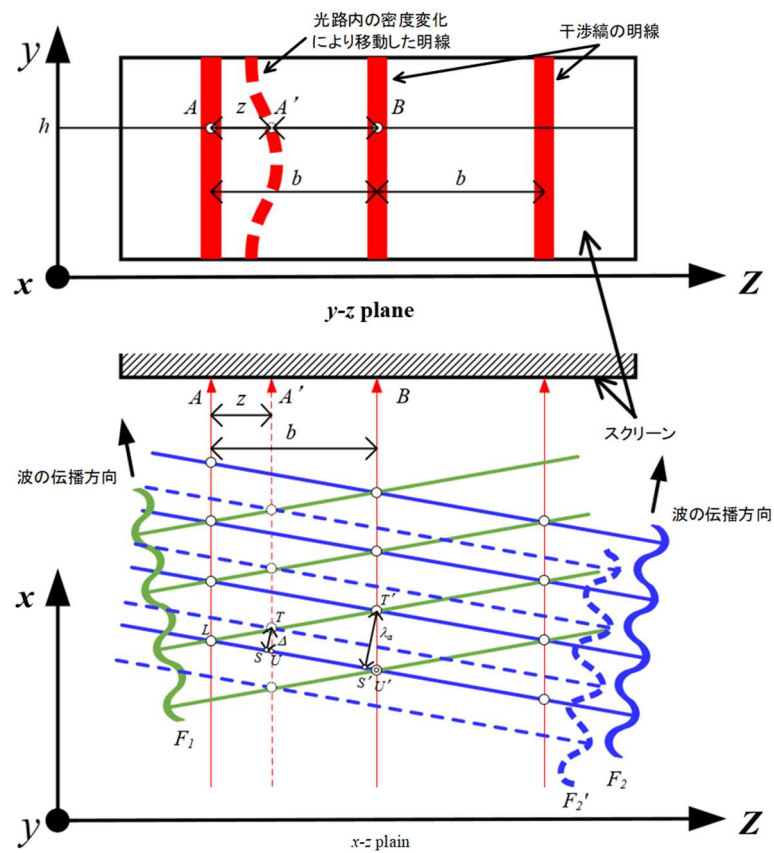


図 1.13 縞の干渉図

第2章 超音速流れに対する定量的可視化法の適用に関する従来の研究

本章では、超音速流れに関する従来の研究について述べる。超音速噴流、ショックトレーンに関する従来の研究について整理し、これまで明らかになった点と不明点を述べ、問題点を明らかにする。

2.1 超音速噴流に関する従来の研究

近年の画像処理技術の発達やコンピュータの大幅な性能向上に伴い、シュリーレン法⁽⁴⁾やレーザー干渉計を利用した超音速流れの新しい定量的可視化法に関する研究^{(11)~(28)}が表 2.1 に示すようにいくつか報告されている。

宮里⁽¹⁸⁾は、設計マッハ数 1.6 のラバルノズルからの適正膨張超音速噴流に対して、レインボーシュリーレン偏向法(RSD)による密度測定とピトー管による全圧測定を行い、RSD によって得られた噴流の半径方向の密度分布が、噴流内部の静圧が背圧と等しいと仮定して全圧値から得られた密度値と定量的によく一致することを示した。Takano ら⁽¹⁹⁾は、軸対称先細ノズルからのマッハディスクが生じる自由噴流に対して、RSD とコンボリューション逆投影法 (CBP) によるコンピュータトモグラフィを組み合わせることで噴流内部の三次元密度場を詳細に調べた。Maeda ら⁽²¹⁾は、設計マッハ数 1.5 の軸対称ラバルノズルからの不足膨張超音速噴流の密度場を RSD による測定値と微小変動理論による解析値と定量的に比較し、RSD が超音速噴流の密度場の 3 次元測定法として有効であることを示した。Nicolas ら⁽²⁰⁾は、軸対称先細ノズルの中心軸の周りに 12 台のカメラを設置し、背景シュリーレン法 (BOS)を用いて不足膨張音速噴流の 3 次元の密度場を時系列で測定した。Nazari ら⁽²⁷⁾は、ナイフエッジを用いたシュリーレン光学系をノズルの中心軸の周りに 20 台設置し、設計マッハ数 1.5 でノズル出口の断面が矩形および円形のマイクロラバルノズルからの過膨張および不足膨張超音速噴流の三次元密度場の構造を時系列で実験的に調べるのに世界で初めて成功した。

極最近、Sugawara ら⁽²⁹⁾は、軸対称マイクロノズルからのマッハディスクを伴う不足膨張音速噴流に対して、トワイマングリーン干渉計(TGI)を用いた実験と SST $k-\omega$ 乱流モデルを用いた RANS シミュレーションによって、ショックセル構造と噴流せん断層が干渉する複雑な密度場を約 4 μm の高空間分解能で三次元的に詳細に調べた。また、TGI によって得られた噴流の中心軸上の密度分布をマッハ・ツェンダー干渉計、モアレシュリーレン法、RSD、BOS 等の過去に行われた実験による密度分布と相互比較した。その結果、マッハディスク直後の流れ方向の密度分布に対して、測定法による顕著な違いがあることがわかり、その原因の詳細は不明のまま今後の課題として言及している。

これらより、マッハディスク前後の噴流構造の詳細は未知であり、噴流内部の非定常特性を調査した報告はない。そのため、第 5、6 章でその結果について述べる。

2.2 ショックトレーンに関する従来の研究

2.2.1 ショックトレーンと擬似衝撃波の関係⁽¹⁾⁽³⁾

ショックトレーンと擬似衝撃波の関係を明確にするために、図 2.1 に断面積一定の管内の中心線上及び壁面における静圧分布の想像図を示す。静圧はショックトレーンの先頭衝撃波の足元の点 1 から増加し始め、壁面上では連続的に増加するが、中心線上ではショックトレーンを構成する各衝撃波により増減を繰り返しながら下流に向かうにつれて増加する。点 j は、その点の下流では壁面上の静圧と中心線上の静圧が一致する点で、ショックトレーンの後端とほぼ一致する位置にある。したがって、図 2.1 の点 1~j 管の静圧上昇はショックトレーンによるものである。

断面 j より下流において超音速流れと亜音速流れの混合が行われ、静圧は管路に沿ってある距離にわたって増加する。図 2.1 の点 j~2 間の静圧の増加はこの流れの混合によるもので点 j~2 間が混合領域である。流れが断面にわたり亜音速になると、壁面摩擦は流れを加速するように働くため、混合による静圧の増加と摩擦による静圧の減少がバランスする点は 2 で静圧は最大であり、静圧はその後流れ方向に減少する。

図 2.1 において、壁面静圧は点 1~2 まで増加し、流れは明らかに点 1 では超音速、点 2 では亜音速であるため、ショックトレーンの先端から混合領域の後端までの領域を垂直衝撃波とみなして取り扱うことができる。この領域が擬似衝撃波である。

2.2.2 ショックトレーンの構造⁽³⁾

干渉に最も影響を及ぼすパラメータは、ショックトレーン直前の主流マッハ数 M_{1e} 、管路半幅 h (円管の場合には、菅の半径) に対するショックトレーン直前の境界層厚さ δ_l/h 、ショックトレーン直前における流れのレイノルズ数である。この節では、上述がショックトレーン構造に及ぼす影響について述べる。

ショックトレーンの内部構造の一例として、主流マッハ数 $M_{1e}=1.49$ の λ 形ショックトレーンについて、境界層排除厚さの変化の模式図とマッハ数の変化をそれぞれ図 2.2 (a)と(b)に示す。図 2.2(a)に示すように、ショックトレーン領域の境界層排除厚さは、各衝撃波間で増減を繰り返し、これが干渉全体を通して行われる。図 2.2(b)に示すように、流路中心部の流れはショックトレーンを構成する各衝撃波の直前で亜音速になり、次の衝撃波の前で再び超音速まで加速される。

次にショックトレーンに及ぼす δ_l/h の影響を調べた結果の一例として、主流マッハ数 $M_{1e}=1.6$ で、 δ_l/h をパラメータとしたときの断面積一定の矩形管内におけるショックトレーンのシュリーレン写真を図 2.3 に示す。図において、流れ方向は左から右であり、図 2.3 (a)~図 2.3 (f)で示す状態まで δ_l/h を増加させていくと、ショックトレーンを構成する衝撃波の数が増加し、それと同時に各衝撃波間の間隔が広がる。従って δ_l/h を増加させると、干渉域が長くなることが分かる。これより、 δ_l/h を図 2.3 (a)の状態より小さくすると仮定すると、ショックトレーンが垂直衝撃波に近づくことが予想される。

擬似衝撃波の静圧上昇は主としてショックトレーンによって起こるため、ショックトレーンの正確

な終点を知ることは、工学的および学術的観点だけでなく、重要である。ショックトレインは光学的可視化法によって容易に捉えられるが、写真を使用してショックトレインの終点を定量的に決定することは依然として困難である。これは、衝撃波がシュリーレン法のナイフエッジの設定などに強く依存する画像のコントラストの影響を受けるためである。

近年では、Hunt と Gamba⁽³⁰⁾は測定された壁面静圧分布からショックトレインの終点を見つける方法を考案した。ただし、壁面から離れる主流に衝撃波が存在することを考慮した場合、境界層の逸脱性により、壁面圧力が不鮮明になる傾向がある⁽³¹⁾⁽³²⁾。そこで、著者ら⁽³³⁾は、レインボーシュリーレン法を用いて、ショックトレインを含む流れ場に対して流れ方向の密度勾配値から、終点を見つける方法を考案した。しかし、ショックトレイン内部の詳細な定量値は分かっていない。

2.2.3 ショックトレインの振動と周波数特性⁽³⁾

超音速内部流れの中に形成される垂直衝撃波の位置は、上流と下流の圧力及び流路の形状が与えられ、もし境界層が無視できれば、断面積一定の管内を除いてすべての流路に対して一意的に決定される。しかし、境界層が存在し垂直衝撃波と干渉する場合、上流と下流の圧力を一定に保ってもすべての流路内に形成される衝撃波はある定在位置の前後に時間的に変動し、流れの振動が誘起される。

このような超音速内部流れにおける衝撃波の位置の時間的な変動については、古くから認識されていた。例えば、Weise⁽³⁴⁾らは、境界層と干渉した衝撃波の下流の流れが変動しているのを高速度写真により、観察したという記述が見られる。また、Cohen⁽³⁵⁾らは超音速風洞の性能に関する実験において、測定部に生じた一連の衝撃波が一体になって振動していることを報告している。

生井ら⁽³⁶⁾は $60 \times 60 \text{ mm}^2$ の正方形断面を有する管内に主流マッハ数 $M_{1e} = 1.44, 2.79$ のショックトレインを定在させ、その挙動に対して高速度カメラを用いたシュリーレン写真撮影によって観察した。主流マッハ数 $M_{1e} = 1.44$ の場合、ショックトレインを構成している先頭衝撃波から第 6 衝撃波までの各衝撃波は、時間とともに流れ方向の前後に振動をしているのが分かった。

ショックトレインの振動現象は山根⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾や杉山^{(39)~(41)}も研究しており、一般にショックトレインの振動周波数は約 500Hz 以下の周波数に何本かのピーク値をもち振動していることが明らかになっている。

松尾ら⁽⁴²⁾は静圧測定システム（以下、スルーチューブ）によって、ショックトレイン領域の振動特性を実験的に調査した。その結果、ダクトの中心軸に沿う静圧変動の二乗平均値の分布が波状に変化し、ピーク位置がショックトレインを構成する各衝撃波の時間的平均位置と一致することを確認した。さらに、二乗平均値の極大値は、先頭衝撃波の位置で最も大きく、下流の衝撃波ほど徐々に減少することを示した。

しかし、ショックトレインが発生する流れ場は壁面に沿って発達する境界層と衝撃波の相互作用を受けるため、スルーチューブではショックトレインを構成する各衝撃波間の膨張波の振動を捉えるこ

とは困難である.

近年では, ショックトレーンの非定常特性は, 2 種類あることが報告されている. 1 つ目は, 衝撃波と境界層の相互作用によって引き起こされる非定常性に密接に関連する自励振動⁽⁴³⁾⁽⁴⁴⁾である. 2 つ目は, 背圧の変動によるショックトレーンの強制振動⁽⁴⁴⁾⁽⁴⁵⁾である. しかし, これらも上記と同様, 壁面圧力測定による調査のため, ショックトレーン内部の非定常特性の詳細についてはほとんど調査されていない.

表 2.1 光学的可視化法を用いて超音速噴流の密度場計測した研究

No	Year	Authors	Opital systems	Nozzle type	NPR	Ref.
1	1992	Tabei et al	• Moire-schlieren	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 6$ • Square $H_e = 6$	4.0, 7.0, 13.0	11
2	1996	Nakamura & Iwamoto	• Mach-Zehnder interferometry	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 10$	3.0, 4.0	12
3	1999	Panda & Seasholtz	• Rayleigh scattering	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 25.4$	2.13, 2.39, 3.32, 4.25, 5.75	13
4	2002	Mercer & Raman	• Point diffraction interferometry	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 4.5$ • Rectangle 1.27×6.1	2.63, 3.18, 4.65	14
5	2004	Woodmansee et al.	• Coherent Anti-Stokes Raman Scattering	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 5$	6.17	15
6	2005	Venkatakrishnan	• Background oriented schlieren	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 30$	1.89, 6.0	16
7	2006	Tsutsumi et al.	• Mie scattering • Unsteady RANS (JAXA code)	• $M_d = 2.2$ • Round $D_{th} = \phi 6$ • Square $H_e = 7.52$	14.76, 26.7, 80.2	17
8	2010	Miyazato et al.	• Rainbow schlieren deflectometry	• $M_d = 1.6$ • Round $D_e = \phi 10$	4.25	18
9	2016	Takano et al.	• Rainbow schlieren deflectometry	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 10$	4.0	19
10	2017	Nicolas et al.	• Background oriented schlieren • DES (Spalart-Allmaras for RANS) Fluent 14	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 22$	2.1, 3.0, 4.0, 5.0	20
11	2018	Maeda et al.	• Rainbow schlieren deflectometry	• $M_d = 1.5$ • Round $D_e = \phi 10$	4.0	21
12	2018	Maeda et al.	• Rainbow schlieren deflectometry	• $M_d = 1.0$ • Square $H_e = 1$	4.0	22
13	2019	Mariani et al.	• Rainbow schlieren deflectometry • Calibrated schlieren • RANS with SSTk- ω (OpenFORM)	• $M_d = 1.45$ • Round $D_e = \phi 12.7$	3.4, 5.0	23
14	2019	Takeshita et al.	• Rainbow schlieren deflectometry	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 10$	4.0	24
15	2020	Mariani et al.	• Rainbow schlieren deflectometry • RANS with SSTk- ω (Fluent 15)	• $M_d = 1.45$ • Round $D_e = \phi 12.7$	2.8	25
16	2020	Sugawara et al.	• Mach-Zehnder interferometry • RANS with SSTk- ω (Fluent 15)	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 1$	4.0	26
17	2020	Nazari et al.	• Calibrated schlieren (unsteady 3D)	• $M_d = 1.5$ • Round $D_e = \phi 1$ • Square $H_e = 1$	3.5, 3.67, 4.0, 4.5, 5.0	27
18	2021	Sugawara et al.	• Mach-Zehnder interferometry • RANS with SSTk- ω (Fluent 15)	• $M_d = 1.0$ • Round $D_e = \phi 1$	3.0	28

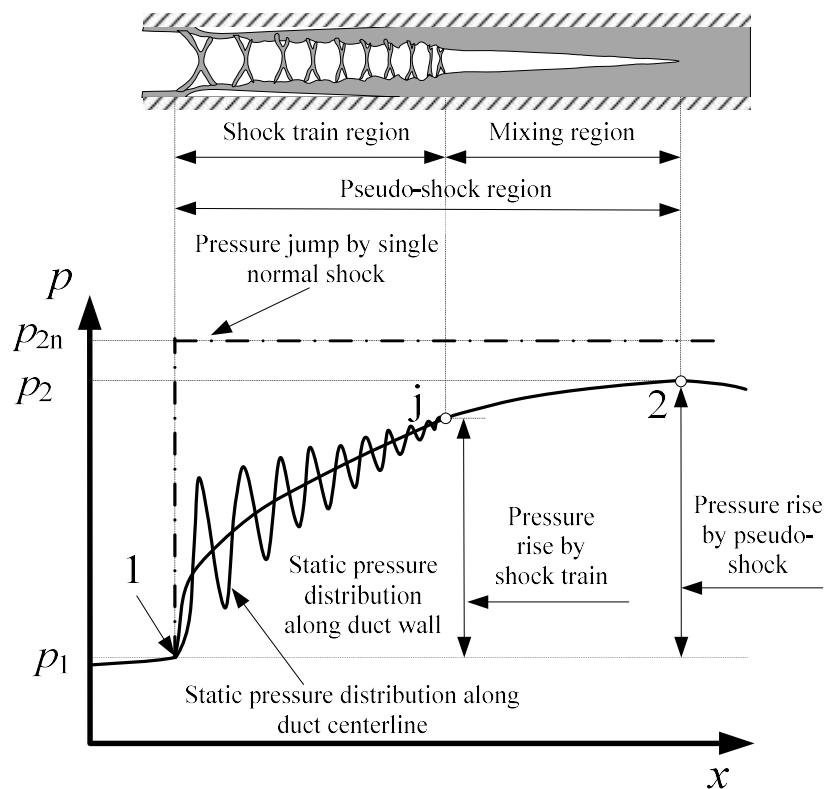
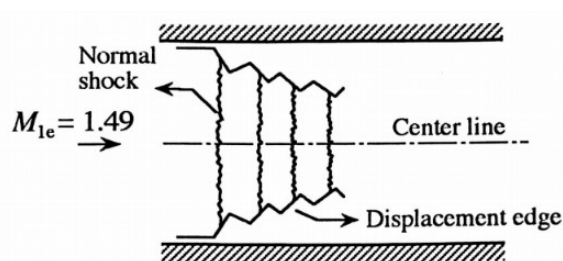
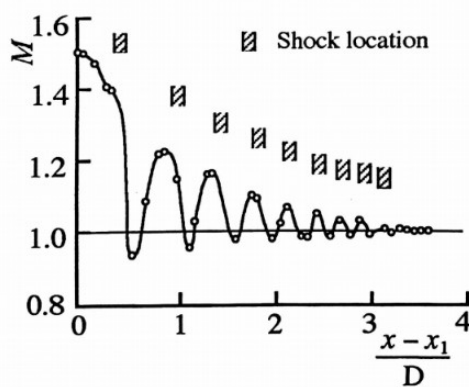


図 2.1 管内の垂直衝撃波と境界層の干渉領域における壁面及び中心線に沿う静圧分布の概要



(a) Variation of displacement edge



(b) Mach number distribution

図 2.2 ショックトレイン内部の排除厚さとマッハ数の変化

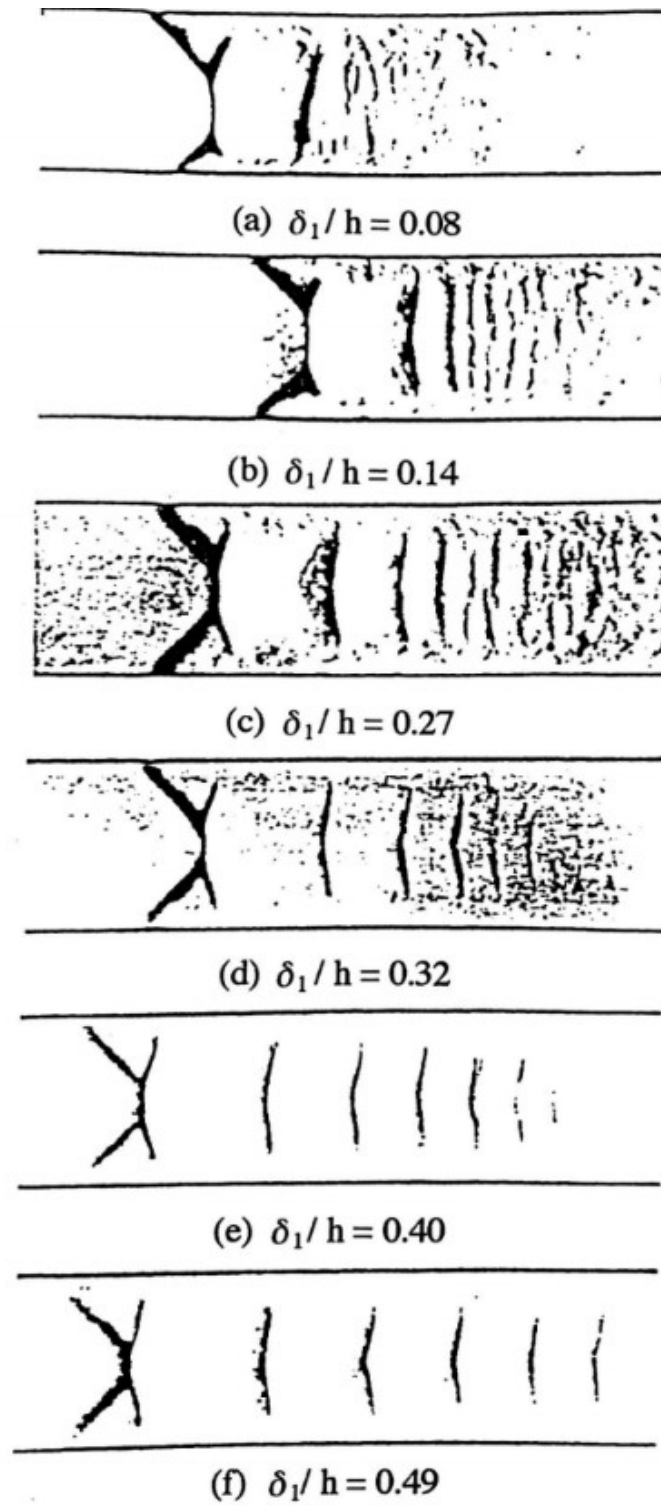


図 2.3 ショックトレイン構造

第3章 実験装置と方法

本章では、レインボーシュリーレン法および高速度マッハ・ツェンダー干渉法の実験装置と方法について述べる。

3.1 レインボーシュリーレン法の実験装置の構成⁽²⁴⁾⁽³³⁾

図 3.1 にレインボーシュリーレン光学系の配置図を示す。圧縮機によって高圧タンク ($2\text{m}^3, 1\text{MPa}$) に蓄えられた乾燥空気は、手動弁を通過して集合洞で一旦よどみ状態になった後、ノズルを通して大気中に放出される。光源を出力するための光源装置、矩形スリット、2枚の焦点距離 500mm 、直径 100mm のアクロマティックレンズ、コンピュータで作成した幅 2.0mm あるいは 2.5mm の連続的な色相をもつレインボーフィルター、デジタルカメラあるいは高速度カメラの順に構成されている。表 3.1 に実験装置の詳細を示す。

3.2 レインボーフィルター⁽²⁴⁾⁽³³⁾

図 3.2 に本実験で用いたレインボーフィルターの概要と背景色相を示す。図 3.2 (a) と図 3.2 (b) は、それぞれ、レインボーフィルターの色相の変化方向が流れ方向になるように設置したレインボーフィルター（縦切り）と垂直方向に設置したレインボーフィルター（横切り）である。

図 3.3 はレインボーフィルター検定曲線を示す。図 3.3 (a)は、図 3.2 (a)に示すレインボーフィルターを測定部に流れが無い状態で z 方向に 0.1mm ずつ移動させ、各色相を撮影し、得られた。また、図 3.3 (b)は、図 3.2 (b)に示すレインボーフィルターを測定部に流れが無い状態で y 方向に 0.1mm ずつ移動させ、各色相を撮影し、得られた。本実験における背景色相は図 3.3 (a) の $d = 0\text{ mm}$, $\text{Hue} = 227\text{ [deg]}$, 図 3.3 (b) の $d = 0\text{ mm}$, $\text{Hue} = 169\text{ [deg]}$ の位置である。

3.3 超音速ノズル⁽²⁴⁾⁽³³⁾

外部流れ測定用ノズルの模式図を図 3.4 (a)、内部流れ測定用の模式図を図 3.4 (b)に示す。図 3.4 (a) は、ノズル入口から出口までの壁面形状を正弦曲線とし、入口と出口の壁面上の流れがノズルの軸方向に対して平行となるように設計した。図 3.4(b)は、ラバルノズル部と直管部から構成されており、超音速ノズルの上下壁面は、2次元の特性曲線法によって設計されており、スロートの高さは 4.24 mm 、出口の高さは 5 mm である。また、ノズルと直管の幅 L は流れ方向に一定で、 $L = 13\text{ mm}$ である。測定の際には直管部を対象として測定し、直管入口を z 方向の原点としている。さらに、直径 0.5mm の穴が、 $z = 0\text{ mm}$ から 39 mm の間に 1mm の等間隔で開いており、計 40 個の壁面における静圧測定が可能である。

3.4 高速度マッハ・ツェンダー干渉法の実験装置の構成⁽⁴⁶⁾

実験装置の配置図を図 3.5 に示す。He-Ne レーザーから出たレーザー光は凹レンズによって拡散される。その後凸レンズを通ることで平行光になり平面鏡で反射される。平行光は 1 つ目のハーフミラーによって参照光路と測定部を通過する試験光路に二分される。それぞれ平面鏡によって反射され、2 つ目のハーフミラーで、二つの光束は重ね合わされ干渉する。この干渉縞は凸レンズを通して、高速度カメラに記録される。

また、流れ場の定性的観察及び振動特性の観察のため、シュリーレン法による実験も行い、高速度マッハ・ツェンダー干渉法と同一の実験装置を用いた。ナイフエッジは流れ方向に合わせて調整を行った。

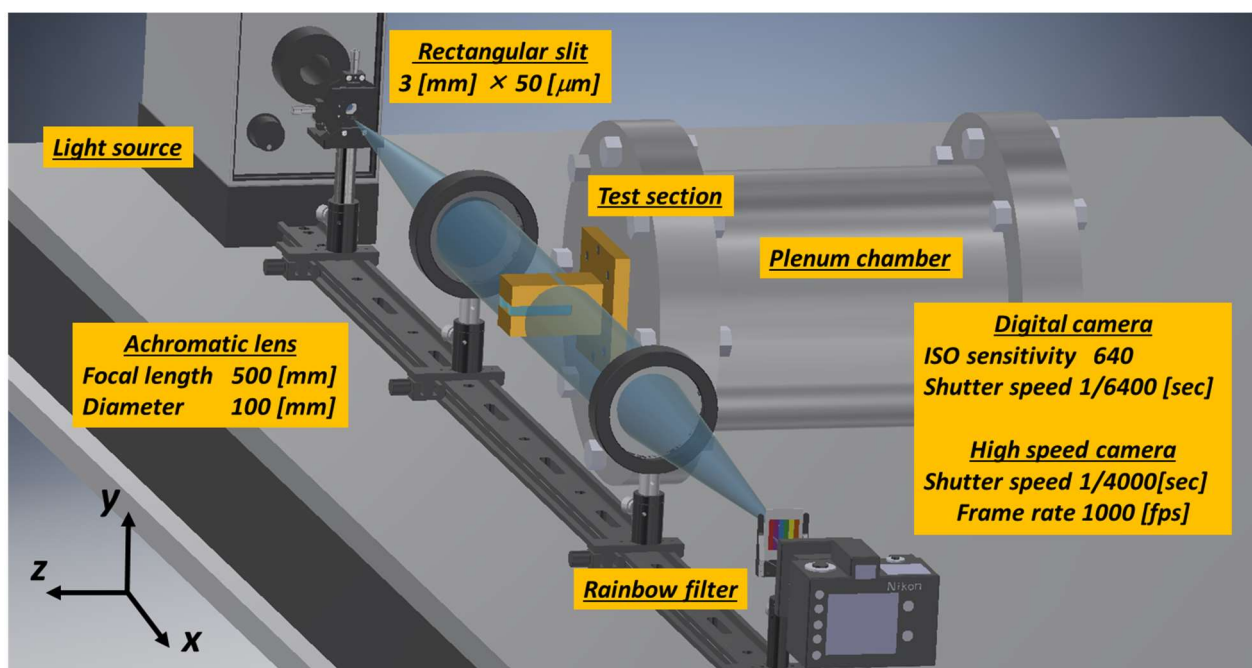
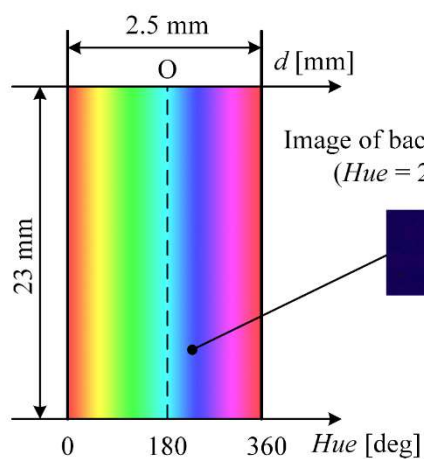


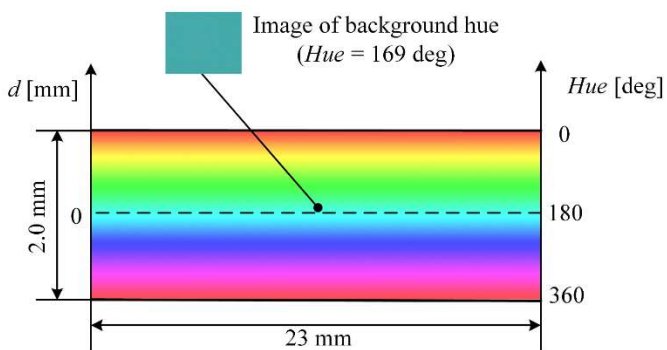
図 3.1 レインボーシュリーレン光学系の配置図

表 3.1 実験装置

No	装置	詳細No	名称	メーカー	品番
1	乾燥空気 供給装置	1-1	コンプレッサー	(株)田邊空気機械製作所	TASK-1015E
		1-2	ドライヤー	ORION MACHINRY Co., LTD.	RAX15F-SE,QSQ420C-E
		1-3	高圧タンク	(株)田邊空気機械製作所	LHC-55AYN
		1-4	手動弁	内製	
2	測定部 装置	2-1	ノズル	内製	
		2-2	チャンバー	内製	
3	圧力検出 装置	3-1	圧力センサ	JTEKT(株)	PMS-5M2M
		3-2	増幅器	JTEKT(株)	AA6210
4	光学系 装置	4-1	球面アクロマティックレンズ	シグマ光機(株)	DLB-100-500PM
		4-2	対物レンズ	シグマ光機(株)	OBL-10
		4-3	矩形スリット	シグマ光機(株)	
		4-4	ビームスプリッター	シグマ光機(株)	PSCH-100C10-10-550
		4-5	平面鏡	シグマ光機(株)	TFA-100C15-4
		4-6	凹レンズ	シグマ光機(株)	SLB-10-20NM
		4-7	He-Neレーザー	シグマ光機(株)	05-LHP-925
		4-8	デジタルカメラ	ニコン(株)	D7100
		4-9	高速度カメラ	(株)フォトロン	FASTCAM SA1.1

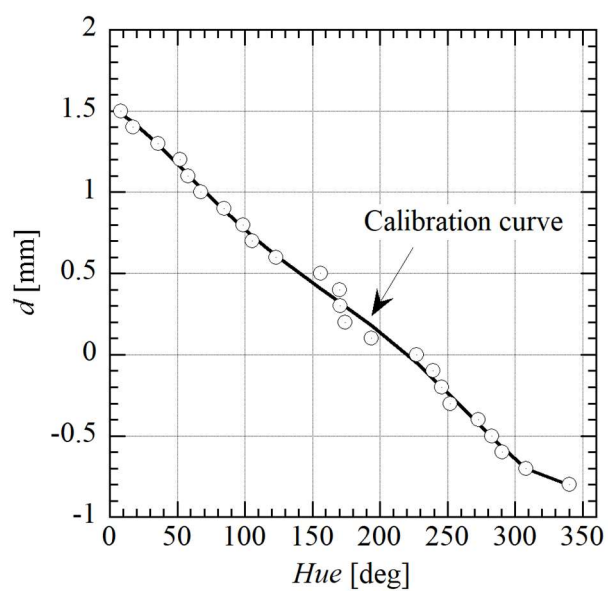


(a) Vertical rainbow filter

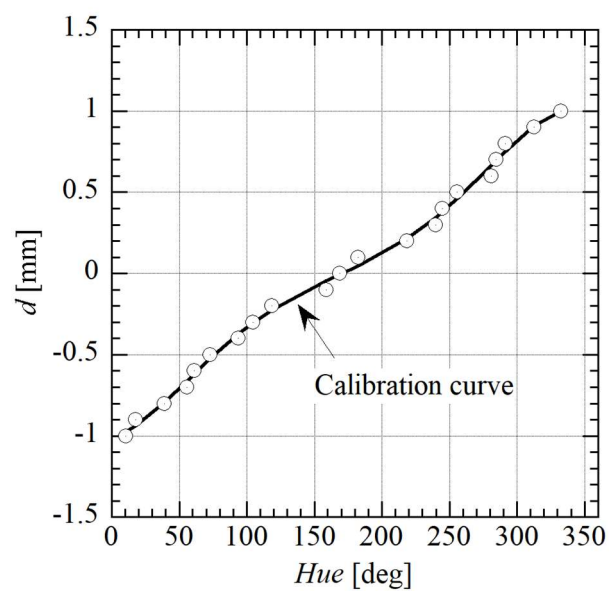


(b) Horizontal rainbow filter

図 3.2 レインボーフィルター

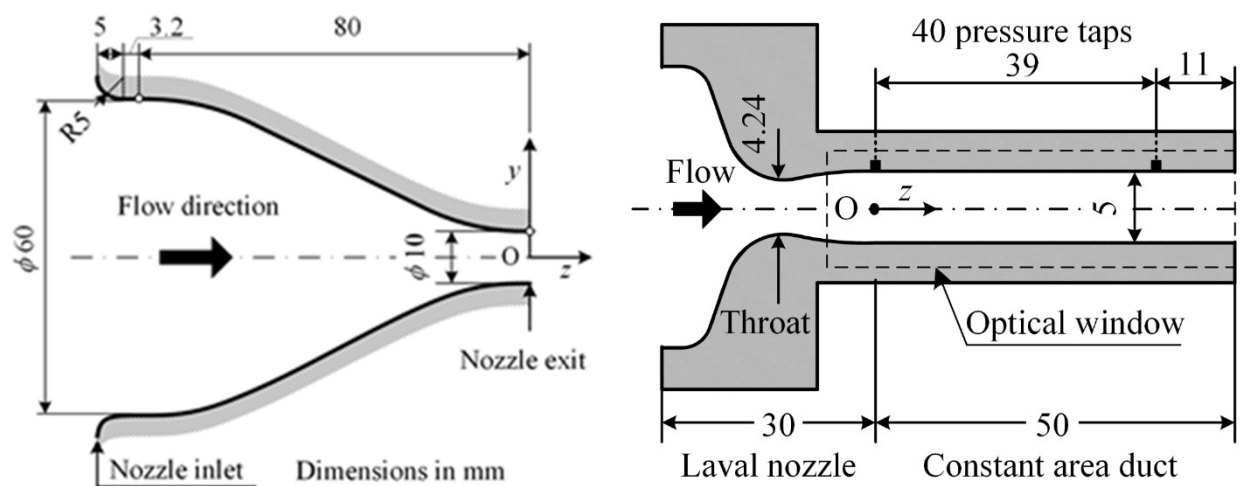


(a) Vertical rainbow filter



(b) Horizontal rainbow filter

図 3.3 レインボーフィルター検定曲線



(a) 軸対称先細ノズル

(b) ラバルノズルと直管を組み合わせたノズル

図 3.4 超音速ノズル

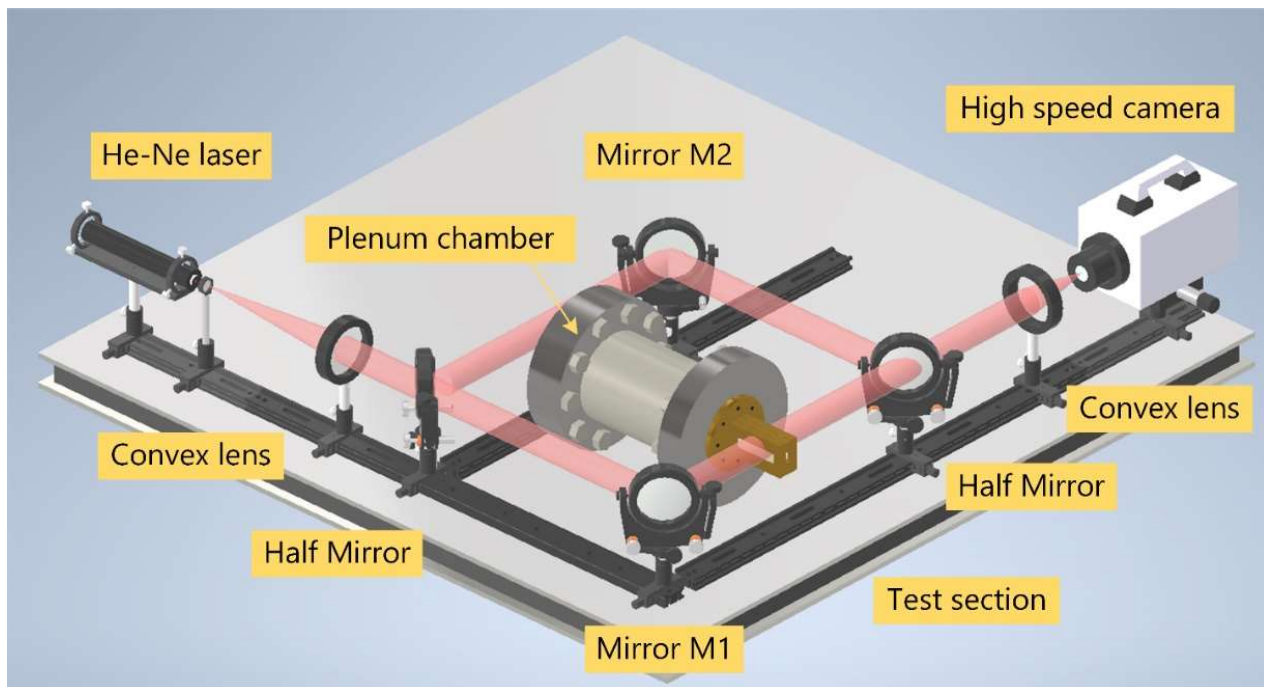


図 3.5 高速度マッハ・ツェンダー干渉法の配置図

第4章 密度場の再構築方法

本章では、レインボーシュリーレン法および高速度マッハ・ツェンダー法を用いた密度場の再構築方法について述べる。

4.1 レインボーシュリーレン法による密度場計測

4.1.1 超音速噴流の3次元密度場の再構成⁽²⁴⁾

本研究では、レインボーシュリーレン写真からの密度場の再構成をアーベル逆変換法とコンボリューション逆投影法によって行った。アーベル逆変換法による密度場の再構成法については、Al-Ammar⁽⁴⁷⁾と宮里⁽¹⁸⁾の文献に詳細な記述があるため、コンボリューション逆投影法による密度場の再構成についてのみ記述する。

ノズル出口断面の中心を原点にとり、原点からノズルの中心軸に沿って下流方向に z 軸、それに垂直な断面を $(x-y)$ 平面とする。このとき、ノズル出口から z 軸の正の向きに流出する噴流に対して、 z が一定の位置における噴流の断面を通過する光線の模式図を図 4.1 に示す。また、 $(x-y)$ 直交座標系に対して反時計回りに角度 θ 傾けた $(s-t)$ 直交座標系において、 s 軸からの垂直距離 t で s 方向から屈折率 $n(x,y)$ の噴流による密度場を通過する光線の進路を点線で示している。

噴流内で z 軸に垂直な任意の断面を通過した後の光線の偏向角 $\varepsilon_\theta(t)$ は、噴流内部の屈折率 $n(x,y)$ に関連する関数 $\partial\eta(x,y)/\partial t$ のラドン変換によって次のように表すことができる。

$$\varepsilon_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial\eta(x,y)}{\partial t} \delta(x \sin \theta - y \cos \theta + t) dx dy \quad (4.1)$$

ただし、 δ はディラックのデルタ関数、 n_a は密度場の十分遠方の屈折率（本研究では大気屈折率）を示し、

$$\eta(x,y) \equiv \frac{n - n_a}{n_a} \quad (4.2)$$

である。

式(4.1)の両辺を変数 t に関して1次元フーリエ変換した後、右辺を変形すると、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_\theta(t) \exp(-i2\pi t \zeta) dt = 2\pi i \zeta \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \eta(x,y) \exp[-2\pi i(ux + vy)] dx dy \quad (4.3)$$

ただし、 $u = -\zeta \sin \theta$ 、 $v = \zeta \cos \theta$ である。式(4.3)の右辺の2重積分は、 $\eta(x,y)$ に関する2次元フーリエ変換となっている。したがって、式(4.3)を2次元フーリエ逆変換すると、

$$\eta(x,y) = \int_0^\pi [\varepsilon_\theta(t) * k(t)]_{t=-x \sin \theta + y \cos \theta} d\theta \quad (4.4)$$

となる。ただし、被積分関数内の記号*は合成積を示し、 $k(t)$ はナイキスト周波数 f_{\max} を用いて、

$$k(t) = \frac{\sin^2(\pi t f_{\max})}{\pi^2 t} \quad (4.5)$$

となる．また，偏向角 $\varepsilon_\theta(t)$ の実験値が Δt の間隔で与えられるとき， f_{\max} は次式となる．

$$f_{\max} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (4.6)$$

図 2.1 に示す $\varepsilon_\theta(t)$ は，レインボーシュリーレン写真の色相値から求めることができ，集光レンズの焦点距離 f_d とレインボーフィルターの校正曲線における光の移動量 $d_\theta(t)$ を使うと，

$$\varepsilon_\theta(t) = \frac{d_\theta(t)}{f_d} \quad (4.7)$$

となる．以上の結果，式(4.2)と式(4.4)～(4.7)およびグラッドストーン・デイルの関係式を使うと，噴流内で z が一定の位置における 2 次元の密度場は，

$$\rho(x, y) = \frac{n_a(\eta + 1) - 1}{K} \quad (4.8)$$

として与えられる．ただし， K はグラッドストーン・デイル定数である．

これより，ノズル出口 ($z=0$) から z 軸の正の方向に 2 次元の密度場を重ね合わせることで，ノズル出口から流出する噴流の 3 次元密度値を得ることが可能となる．

4.1.2 管内超音速流れの 2 次元密度場の再構成⁽³³⁾

レインボーシュリーレン光学系を図 4.2 に示す．測定部を通過した直後の光線の偏向角 ε は，次の関係で与えられる．

$$\varepsilon(z, y) = \frac{d(z, y)}{f_d} \quad (4.9)$$

ここで， y は管内の中心線に対して垂直方向の距離， z は測定部の入口からの流れ方向の距離， f_d はデコリメートレンズの焦点距離， $d(z, y)$ は背景色相の位置からの変位を示す．変位の方向は，レインボーフィルターの色相変化の方向と同一である．

図 3.2(a) のレインボーフィルターを用いた場合，幅 L の測定部を通過後の流れ方向の密度勾配は次式として与えられる．

$$\frac{\partial \rho(z, 0)}{\partial z} = \frac{\varepsilon(z, 0)}{KL} \quad (4.10)$$

ただし， K はグラッドストーン・デイル定数である．図 3.2(b) のレインボーフィルターを用いた場合，垂直方向の密度勾配は次式として与えられる．

$$\frac{\partial \rho(z_0, y)}{\partial y} = \frac{\varepsilon(z_0, y)}{KL} \quad (4.11)$$

式(4.10)を積分することにより，流れ方向の密度分布を次式として与えられる．

$$\rho(z, 0) = \frac{1}{KL} \int_0^z \varepsilon(z, 0) dz + \rho(z_1, 0) \quad (4.12)$$

ここで， $\rho(z_1, 0)$ はショックトレイン直前($z=z_1$)に対応する．式(4.11)を積分することにより，垂直方向の密度分布を次式として与えられる．

$$\rho(z_0, y) = \frac{1}{KL} \int_0^y \varepsilon(z_0, y) dy + \rho(z_0, 0) \quad (4.13)$$

式(4.12)と式(4.13)を組み合わせた場合，密度分布 $\rho(z_0, y)$ を再構築することが可能である．

4.2 マッハ・ツェンダー干渉法による密度場計測

4.2.1 超音速噴流の3次元非定常密度場の再構成⁽²⁶⁾

光線は屈折率が可変する噴流を通過する場合，光速の変化によって干渉縞の変動を引き起こす．背景の干渉縞と変動した干渉縞に対してカメラを用いて撮影した典型的な干渉縞の分布の模式図を図4.3に示す．図4.3(a)に示す青い実線の干渉縞の間隔 b は，測定部に流れがない状態の背景の干渉縞の間隔を示す．図4.3(b)の赤い破線は，特定の軸方向位置 z_0 での測定部に流れがある状態の干渉縞の変動に対応する光の強度分布 $g(y, z_0)$ を示しており，次式として与えられる．

$$g(y, z_0) = g_0(y, z_0) + g_1(y, z_0) \cos[k_0 y - \Delta\varphi(y, z_0)] \quad (4.14)$$

ここで，干渉縞の移動量 $\Delta\varphi(y, z_0)$ には，噴流の密度場に関する必要な情報が含まれ， $g_0(y, z_0)$ および $g_1(y, z_0)$ は，不要な光の強度分布の変動を示す．波の個数は $k_0 = 2\pi/b$ とする．

これより，式(4.14)は次式として与えられる．

$$g(y, z_0) = g_0(y, z_0) + c(y, z_0) \exp(ik_0 y) + c^*(y, z_0) \exp(-ik_0 y) \quad (4.15)$$

ここで， $c(y, z_0)$ は次式として与えられる．

$$c(y, z_0) = \frac{1}{2} g_1(y, z_0) \exp[-i\Delta\varphi(y, z_0)] \quad (4.16)$$

ここで， i は虚数， $*$ は複素共役を示す． y に関する式(4.16)のフーリエ変換は次式として与えられる．

$$G(k, z_0) = G_0(k, z_0) + C(k - k_0, z_0) + C^*(k + k_0, z_0) \quad (4.17)$$

式(4.17)の第1項は $G_0(k, z_0)$ ，第2項，第3項は $C(k - k_0, z_0)$ ， $C^*(k + k_0, z_0)$ のフーリエ・スペクトルを k_0 だけ移動させたものを表している．

式(4.17)を波数空間でプロットした模式図を図4.4に示す．図4.4(a)は， $C(k - k_0, z_0)$ に求めるべき縞の移動量 $\Delta\varphi(y, z_0)$ が含まれているので，それを取り出すためにそのほかの成分である $C^*(k + k_0, z_0)$ と $G_0(k, z_0)$ をフィルタにかけて0にする．さらに，残った $C(k - k_0, z_0)$ を k_0 だけ平行移動させ，図4.4(b)のように $C(k, z_0)$ の成分だけを抽出する．

k に関して $C(k, z_0)$ の逆フーリエ変換法を適用し，式(4.16)で定義されている $c(y, z_0)$ を取得し，式(4.16)

の対数を取ると次式として与えられる．

$$\ln c(y, z_0) = \ln \frac{g_1(y, z_0)}{2} - i\Delta\varphi(y, z_0) \quad (4.18)$$

その結果，式(4.18)の虚数部の縞の移動量 $\Delta\varphi(y, z_0)$ は，実数部の不要な振幅変動 $g_1(y, z_0)$ から完全に分離が可能である．以上より，任意の位置における光の強度からその位置の干渉縞の移動量を算出することが可能である．

軸対称噴流の流れ場の屈折率分布を図 4.5(a)に示す．流れ場の屈折率 n は，ノズル出口位置 z_0 の場合，中心線 $O(x=y=0)$ からの半径方向の距離 r にのみ依存する．

$$n = n(r, z_0), \quad \text{for } 0 \leq r \leq R, \quad n = n_a, \quad \text{for } R < r \quad (4.19)$$

ここで， n_a は大気部の屈折率， R は噴流境界までの半径方向の距離を示す．屈折率の値は，噴流境界に垂直な任意の断面で測定でき，測定された各断面は他の断面から独立している．図 4.5(a)のように，流れがある場合とない場合の光路差 $\Lambda(y, z_0)$ は次式として与えられる．

$$\Lambda(y, z_0) = 2 \int_y^R \frac{[n(r, z_0) - n_a]}{\sqrt{r^2 - y^2}} r dr \quad (4.20)$$

任意の位置での干渉縞の移動量 Δy は，次式のように光路差 $\Lambda(y, z_0)$ と関連付けることが可能である．

$$\Delta y = \frac{b}{\lambda_0} \Lambda(y, z_0) \quad (4.21)$$

ここで， λ_0 は使用するレーザーの真空中の光の波長である．グラッドストーン・デイル定数との関係は，次式として与えられる．

$$n(r, z) = 1 + K\rho(r, z) \quad (4.22)$$

式(4.20)と式(4.21)を組み合わせた場合，次式として与えられる．

$$\Delta y = \frac{2bK}{\lambda_0} \int_y^R \frac{[\rho(r, z_0) - \rho_a]}{\sqrt{r^2 - y^2}} r dr \quad (4.23)$$

ここで， K はグラッドストーン・デイル定数， ρ_a は大気部の密度を示す．

流れ方向の位置 z_0 の干渉縞の移動量がフーリエ変換法によって取得された場合，噴流の密度分布は，アーベル逆変換法を使用し，次式として与えられる．

$$\rho(r, z_0) = \rho_a - \frac{\lambda_0}{\pi b K} \int_r^R \frac{1}{\sqrt{y^2 - r^2}} \frac{d}{dy} (\Delta y) dy \quad (4.24)$$

干渉縞の移動量は，離散的な値のみを用いるため，式(4.24)は数値的に解くことが可能となる．式(4.24)の積分は，Nestor&Olsen(**)によって提案された方法を使用した場合，次式として与えられる．

$$\rho(r_k, z_0) = \rho_a - \frac{\lambda_0}{\pi^2 K \Delta w} \sum_{n=k}^N B_{k,n} \Delta\varphi(y_n, z_0) \quad (4.25)$$

ここで， $r_k = k\Delta w (k = 0, 1, 2, \dots, N)$ は噴流の中心線からの半径方向の距離， Δw はサンプリング間隔であ

り，隣接するピクセル間の距離と同一である． N は媒体内の間隔の総数であり， $\Delta\varphi(y_n, z_0) = 2\pi y_n/b, y_n \leq y < y_{n+1}, y_n = n\Delta w$ とし，次式が与えられる．

$$B_{k,n} = -A_{k,n}, \quad \text{if } n = k, \quad B_{k,n} = A_{k,n-1} - A_{k,n}, \quad \text{if } n \geq k + 1 \quad (4.26)$$

ここで， $A_{k,n}$ は次式である．

$$A_{k,n} = \frac{\sqrt{(n+1)^2 - k^2} - \sqrt{n^2 - k^2}}{2n+1} \quad (4.27)$$

上述は噴流の時間的平均流れの密度場を算出した例であるが，本研究では，噴流の非定常流れについて調べたのでその結果を第6章で述べる．

4.2.2 管内超音速流れの2次元非定常密度場の再構成⁽⁴⁶⁾

図4.6に示すように，測定部に流れがある場合，光の強度分布 $g(y, z)$ は次式として与えられる．

$$g(y, z) = g_0(y, z) + g_1(y, z) \cos[k_0 z - \Delta\varphi(y, z)] \quad (4.28)$$

ここで，干渉縞の移動量 $\Delta\varphi(y, z)$ には，噴流の密度場に関する必要な情報が含まれ， $g_0(y, z)$ および $g_1(y, z)$ は，不要な光の強度分布の変動を示す．波の個数は $k_0 = 2\pi/b$ とする．

これより，式(4.28)は次式として与えられる．

$$g(y, z) = g_0(y, z) + c(y, z) \exp(ik_0 z) + c^*(y, z) \exp(-ik_0 z) \quad (4.29)$$

ここで， $c(y, z)$ は次式として与えられる．

$$c(y, z) = \frac{1}{2} g_1(y, z) \exp[i\Delta\varphi(y, z)] \quad (4.30)$$

ここで， i は虚数， $*$ は複素共役を示す． y に関する式(4.30)のフーリエ変換は次式として与えられる．

$$G(k, y) = G_0(k, y) + C(k - k_0, y) + C^*(k + k_0, y) \quad (4.31)$$

式(4.31)の第1項は $G_0(k, y)$ ，第2項，第3項は $C(k - k_0, y)$ ， $C^*(k + k_0, y)$ のフーリエ・スペクトルを k_0 だけ移動させたものを表している．

式(4.31)を波数空間でプロットした模式図を図4.7に示す．図4.7(a)は， $C(k - k_0, y)$ に求めるべき縞の移動量 $\Delta\varphi(y, z)$ が含まれているので，それを取り出すためにそのほかの成分である $C^*(k + k_0, y)$ と $G_0(k, y)$ をフィルタにかけて0にする．さらに，残った $C(k - k_0, y)$ を k_0 だけ平行移動させ，図4.7(b)のように $C(k, y)$ の成分だけを抽出する．

k に関して $C(k, y)$ の逆フーリエ変換法を適用し，式(4.30)で定義されている $c(y, z)$ を取得し，式(4.30)の対数を取ると次式として与えられる．

$$\ln c(y, z) = \ln \frac{g_1(y, z)}{2} + i\Delta\varphi(y, z) \quad (4.32)$$

その結果，式(4.32)の虚数部の干渉縞の移動量 $\Delta\varphi(y, z)$ は，実数部の不要な振幅変動 $g_1(y, z)$ から完全に分離が可能である．以上より，任意の位置における光の強度からその位置の干渉縞の移動量を算出す

ることが可能である.

干渉縞の移動量 $\Delta\varphi(y,z)$ は, グラッドストーン・デイル定数の式より, 密度場と関連することが可能であり, 次式として与えられる.

$$\frac{\Delta\varphi(y,z)}{2\pi} = \frac{K}{\lambda_0} \int_{-w/2}^{w/2} [\rho(y,z) - \rho_a] dz \quad (4.33)$$

以上より, x 方向に依存しない場合, 2次元の屈折率を考慮すると流れ場の密度 $\rho(y,z)$ は次式として与えられる.

$$\rho(y,z) = \rho_a + \frac{\lambda_0}{2\pi K w} \Delta\varphi(y,z) \quad (4.34)$$

式(4.34)は, 一定時間での干渉縞の移動量 $\Delta\varphi(y,z)$ が密度 $\rho(y,z)$ に比例することを示しており, 干渉縞の移動量の時間履歴を調べることで, ショックトレーンを含む非定常流れ場の特性を評価することが可能である.

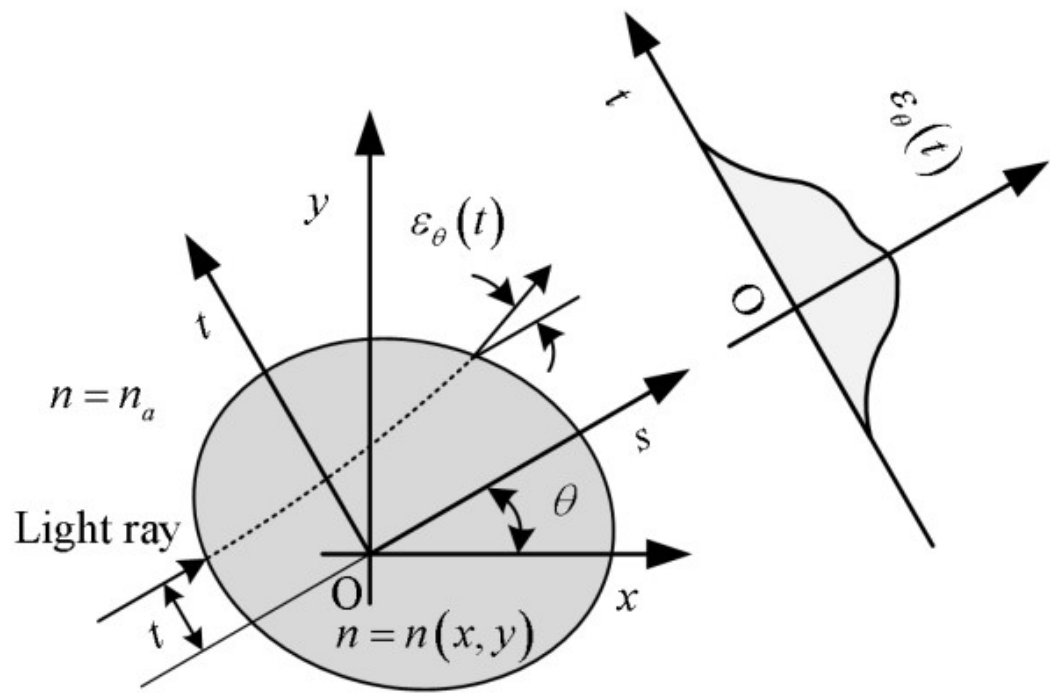


図 4.1 噴流の断面を通過する光線の模式図

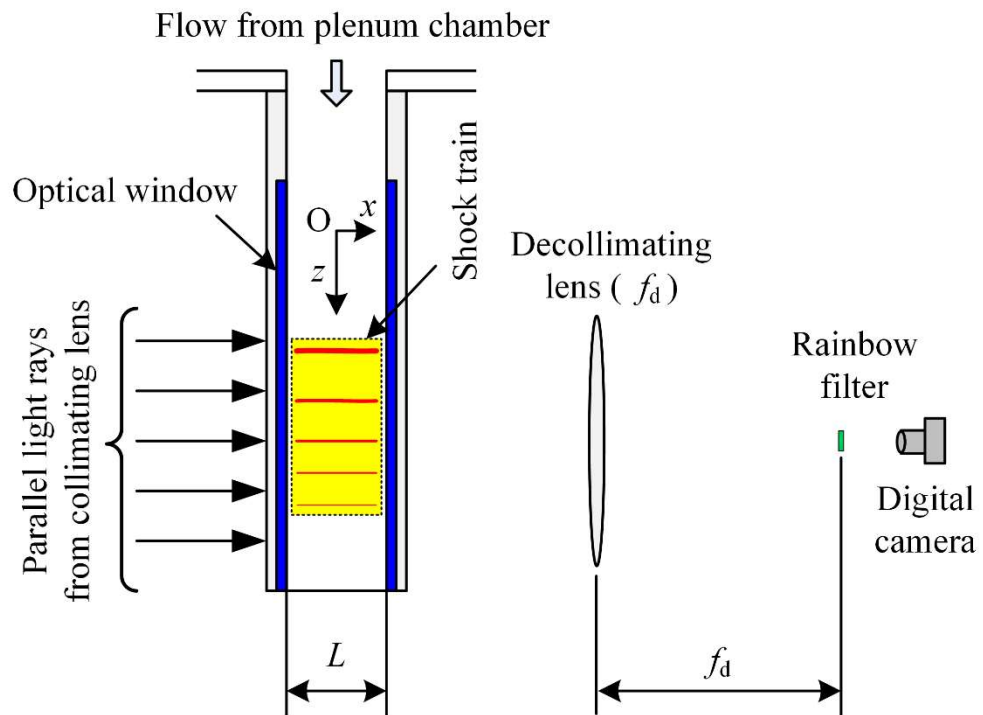


図 4.2 レインボーシュリーレン光学系

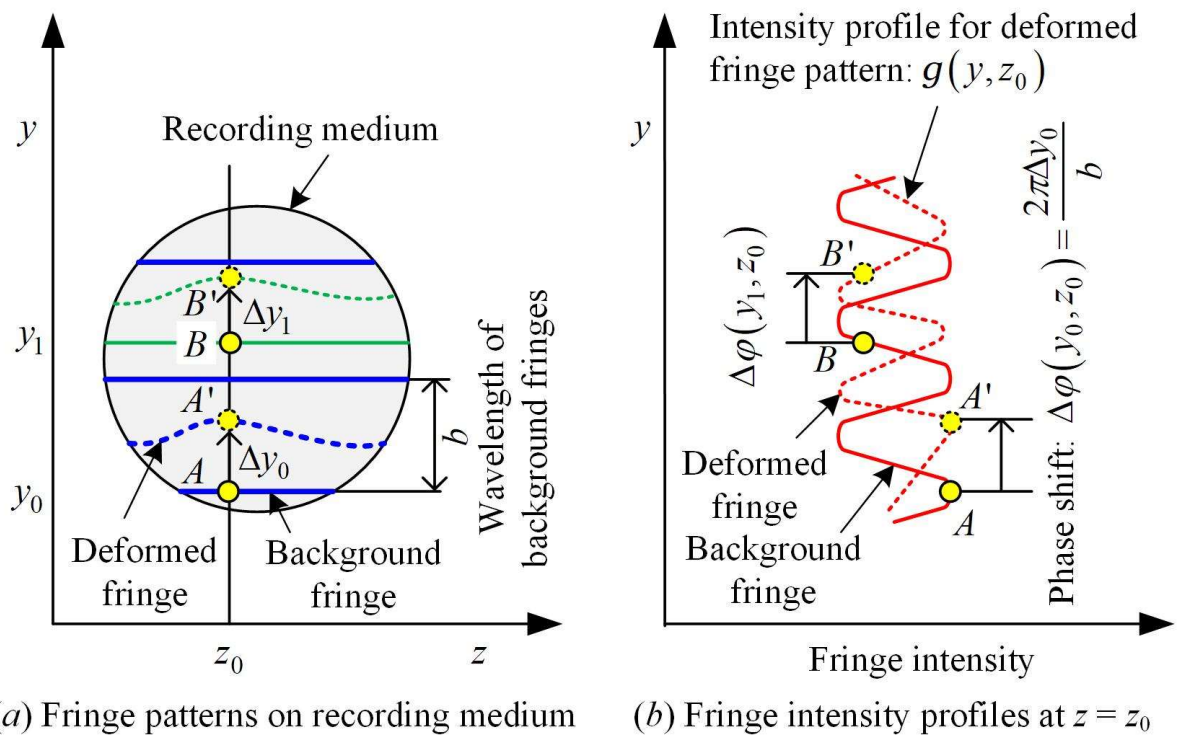


図 4.3 背景の干渉縞と変動した干渉縞に対してカメラを用いて撮影した典型的な干渉縞の分布

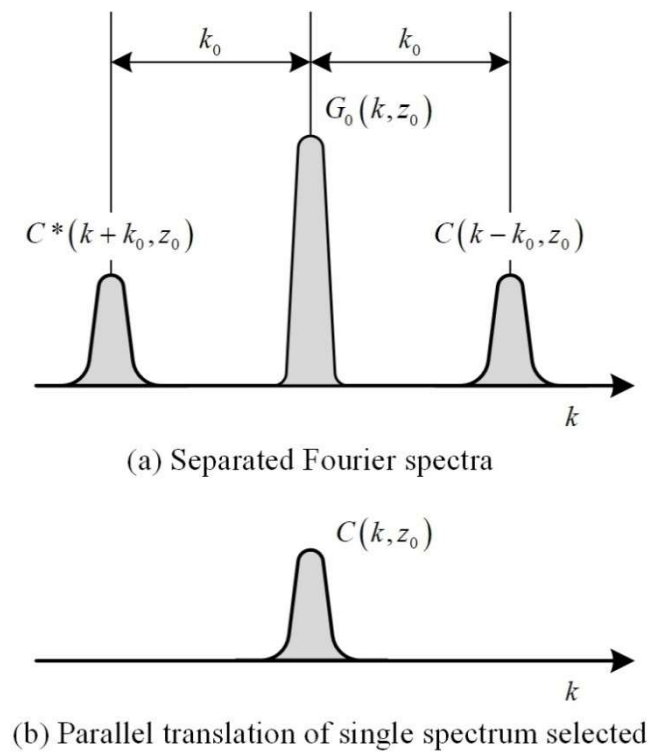
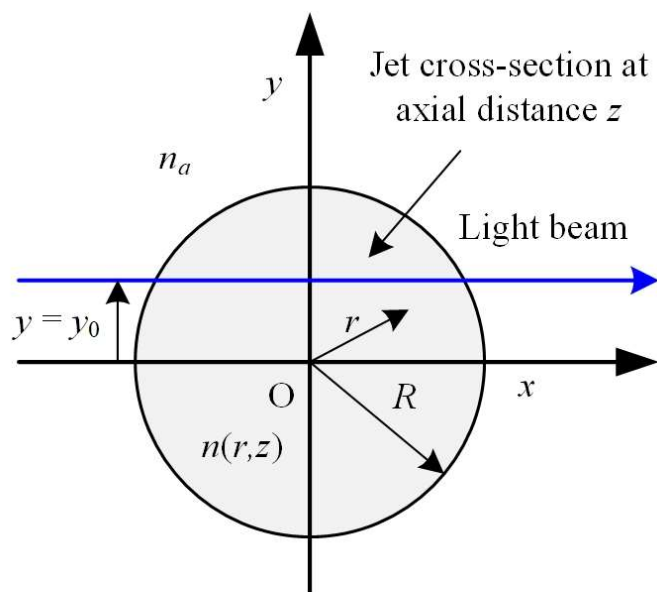
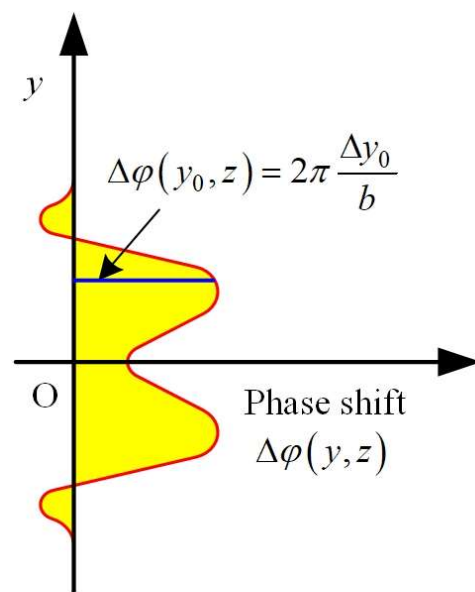


図 4.4 波数空間の模式図



(a) Axisymmetric refractive index field



(b) Phase shift profile at fixed z

図 4.5 軸対称屈折率場を通過する光線の概略図

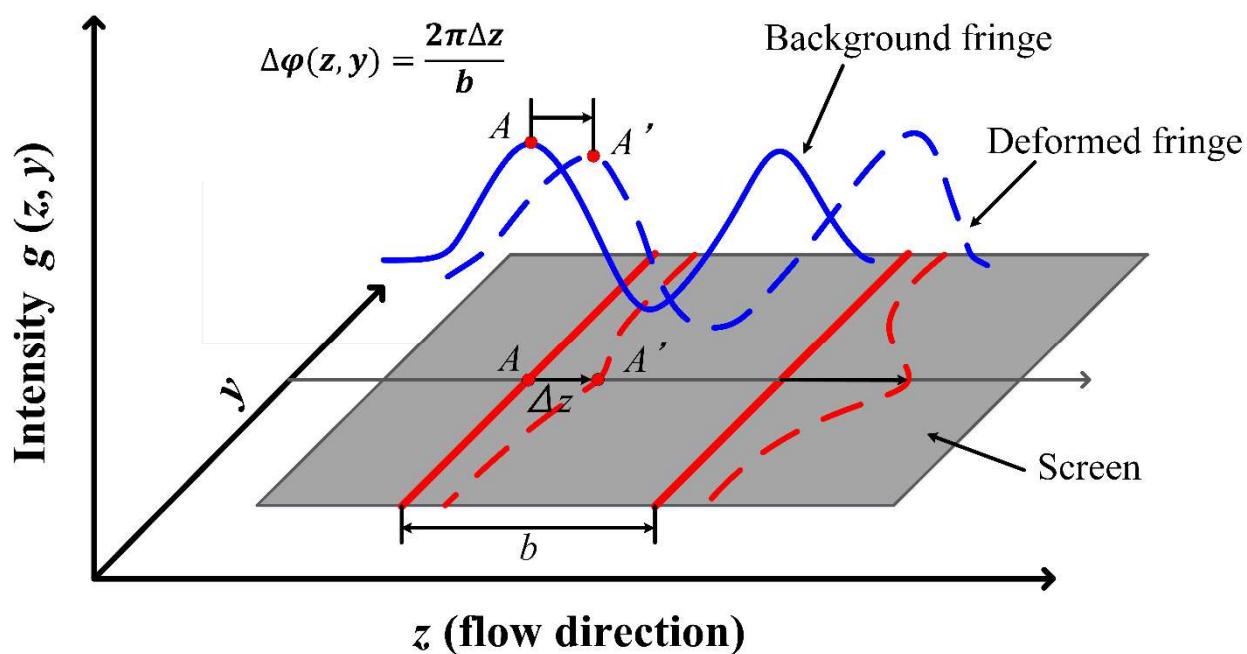
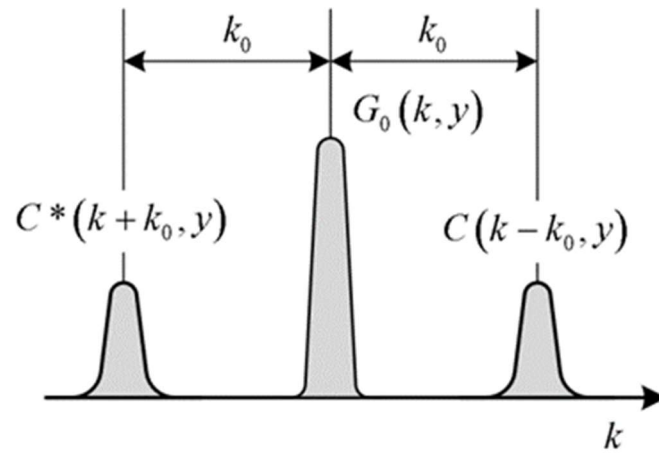
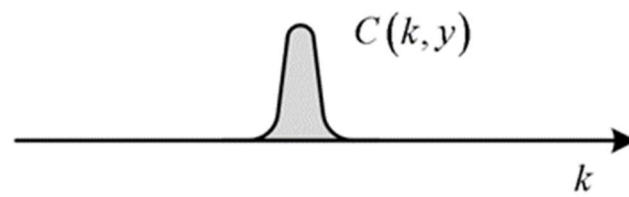


図 4.6 干渉縞および光の強度分布の関係概略図



(a) Separated Fourier spectra



(b) Parallel translation of single spectrum selected

図 4.7 波数空間の模式図

第5章 超音速噴流の3次元構造

本章では、超音速噴流の3次元構造を定性的かつ定量的に可視化観察するために、第3章で記述したレインボーシュリーレン法を用いた実験について述べる。本研究ではTakanoら⁽¹⁹⁾のレインボーシュリーレン光学系の一部を改良することで、不足膨張音速噴流の第1ショックセル内部に発生するマッハディスク前後の3次元密度場を高精度で測定することに成功したので、その結果について報告する。

5.1 流れ場の可視化

図5.1は、 $p_{0s}/p_b = 3.0, 4.0, 5.0$ におけるノズルからの噴流に対するレインボーシュリーレン写真を示す。噴流中心軸に対して上半分 ($y > 0$) と下半分 ($y < 0$) の領域において、色相が噴流の中心軸に対して対称になっていないが、これは第3章で示すように非対称のレインボーフィルターを用いたことによる。流れ方向は左から右である。

図5.1(a)より、 $z =$ 約7 mmの位置に形成される斜め衝撃波が観察できる。その後は、第4ショックセルまで観察することができる。

図5.1(b)より、 $y = \pm 5$ mmの位置のノズルリップからの膨張波、第1ショックセルを形成する噴流境界、約4 mmの直径をもつマッハディスク、マッハディスクの足下の3重点から下流に伸びる滑り線など、軸対称先細ノズルからの不足膨張音速噴流の特徴が色相の変化によって明瞭に観察できる。しかし、マッハディスクの下流では、フラッピングやスパイラルモードのような不足膨張噴流特有の流れの非定常性⁽⁴⁸⁾のため噴流境界や内部構造を詳細に観察することはできない。

図5.1(c)より、 $z =$ 約13 mmの位置に約6 mmの直径をもつマッハディスクとその3重点から発生する反射衝撃波や、マッハディスク直後の密度場の詳細が観察できる。これより、図5.1(b)と同様、不足膨張音速噴流の特徴を色相の変化によって捉えることができる。

また、図5.1のシュリーレン写真は、噴流内部の y 方向の密度勾配を紙面に垂直方向（光軸方向）に平均化した2次元の情報しか示さないので、密度勾配の小さな領域や振動の激しい領域では一般に噴流構造が鮮明にならず、シュリーレン写真のみから噴流内部のより詳細な密度場の特徴を捉えることはできない。しかし、噴流を通過後の光の偏向角の定量値がわかれば、コンピュータトモグラフィの画像計測技術と組み合わせることによって、噴流の“任意の断面”の詳細な密度値が得られる。

5.2 不足膨張音速噴流の密度場⁽²⁴⁾

図5.2(a)(b)は、アーベル逆変換法とコンボリューション逆投影法によるコンピュータトモグラフィを用いることで図5.1(b)に示した噴流の3次元密度場を再構成した結果を示す。

両図は噴流の中心軸 ($x = 0$ mm) を含む2次元の密度場を示している。図5.2(b)より、噴流は軸対称性を持つことがわかり、 $z =$ 約12 mmの位置に約4 mmの直径をもつマッハディスクとマッハディスク

足下の 3 重点から噴流境界に向かって上流側に湾曲する反射衝撃波の構造が明瞭に観察できる．図 5.2 (a)と図 5.2 (b)を比較すると，軸対称先細ノズルからのマッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の全体的な構造についてはアーベル逆変換法とコンボリユーション逆投影法による密度場の再構成法による違いはほとんどないことがわかる．しかし，両図で例えばマッハディスク直後の密度場を詳細に観察すると，マッハディスク直後から $z =$ 約 15 mm までの密度のゆるやかな増加とその後の減少を示す等密度線図の表示が，図 5.2 (a)に対して図 5.2 (b)が滑らかであることがわかる．これはアーベル逆変換法による密度場の再構成が噴流の中心軸付近で精度が悪いことに起因している⁽⁴⁷⁾．

図 5.3 は， $p_{0s}/p_b = 4.0$ における流れ方向に対して各位置の断面の等密度線図を示す．図 5.3 より，流れ方向への断面の密度変化が定量的かつ定性的に観察できる． $z = 15.6$ mm の断面等密度線図は，ドーナツ形状をしており，円形の中心は密度値が低い領域として存在する．この部分は，スリップラインの影響を受けたため，密度値が低くなったと考える．また，この現象は $z = 31.2$ mm では，観察できず，図 5.2 の等密度線図と同様，スリップラインは第 1 ショックセルの領域でしか発生していないことが分かる．

図 5.4 は，アーベル逆変換とコンボリユーション逆投影法を用いて算出した流れ方向の各位置における y 方向の密度分布を示す． $p_{0s}/p_b = 4.0$ の条件時に，不足膨張音速噴流特有の現象であるマッハディスクやスリップラインが発生すると密度分布がどのような変化が生じるのかを調べるために，第 1 ショックセルの圧縮領域前後の分布である．図 5.4 より，アーベル逆変換とコンボリユーション逆投影法の結果は定量的に良い一致を示している．また， $z = 11.3$ mm の位置における $y = 0$ mm 付近の密度分布の形状に変化が現れ， $z = 11.5$ mm には， $y = 0$ mm 付近で上下に変曲点を持つ形状に変化していることが観察できる．この現象は，スリップラインによる変曲点だと考えられ，流れ方向に進むにつれて $y = 0$ mm から変曲点までの距離が長くなっていることが観察できる．この現象は，第 1 ショックセル内の圧縮領域の密度上昇にも関係すると考えられる．

5.3 不足膨張音速噴流の内部構造⁽²⁴⁾

噴流の中心軸に沿う流れ方向の密度分布をアーベル逆変換から求めた値を緑色の実線で，コンボリユーション逆投影法から求めた値を青色の実線で図 5.5 に示す．両曲線は，それぞれ図 5.2 (a)と図 5.2 (b)の等密度線図における噴流中心軸上の密度分布に対応している．図 5.5 の赤色の実線は BOS 法による計測値，白丸印はノズルの上流からマッハディスク直前（図 5.5 の点 a）までを等エントロピー流れと仮定し，噴流中心軸上の全圧の計測値を用いて，計算した密度分布を示す．また，マッハディスク直前の点 a における密度とマッハ数の値を用いて垂直衝撃波直後の密度の理論値を点 b として図 5.5 に示す．さらに，ノズル上流から出口までを等エントロピー流れと仮定したときのノズル出口密度の理論値を左向き矢印として図 5.5 の縦軸上に示し，ノズルを通った流れが背圧 (p_b) まで等エントロピー的に膨張すると仮定したときの密度値 (ρ_j) を横軸に平行な点線として図 5.5 に示す．

図 5.5 より、アーベル逆変換法によって計算した密度分布は、コンボリューション逆投影法による密度分布と全体的にほとんど同じであるが、マッハディスク下流の密度分布にごく小さな変動が観察されることがわかる。噴流中心軸上の密度は、マッハディスク直前まではほぼ等エントロピー流れで、RSD と BOS による計測値はマッハディスクによる急激な密度上昇を定量的によく捉えていることがわかる。気体分子運動論によれば、衝撃波の厚さは気体分子の平均自由行程（例えば 101 kPa, 温度 300 K の窒素で約 0.1 μm ）の数倍から 10 数倍の程度で、その薄い層内で流れの状態量が急激に変化する。図 5.5 のマッハディスクの発生位置の密度分布を詳細に観察すると、BOS と比較して RSD の方がより急峻な密度勾配となっていることがわかる。これは Nicolas らの BOS と本実験の RSD の空間分解能がそれぞれ 540 μm と 13.0 μm であることに起因している。また、RSD と BOS の計測値は全体的によく一致するが、第 2 ショックセル前後において定量的に異なる分布となる。さらに、RSD による密度分布では、マッハディスク下流の密度の極大値が流れ方向にほぼ一定であるが、極小値は流れ方向に徐々に増加し ρ_i/ρ_0 の値に漸近する。この傾向は、ラマン散乱法による計測結果と一致する。なお、Abel 変換法と CBP 法によって得られた密度分布について、精密度の最小値はそれぞれ 0.011 kg/m³, 0.017 kg/m³, 最大値はそれぞれ 0.258 kg/m³, 0.276 kg/m³, 平均値はそれぞれ 0.067 kg/m³, 0.067 kg/m³ であった。また、いずれの手法においてもマッハディスクの下流で密度が上昇する領域で精密度が最大となることわかったが、これはスリップラインの変動が主な原因と思われる。

噴流中心軸上の全圧の計測値と図 5.5 の RSD(CBP)による密度分布から算出したマッハディスク下流の噴流中心軸上に沿うマッハ数変化を黒丸印として図 5.6 に示す。また、図 5.5 の白丸印で示す密度分布を用いて、等エントロピー流れの仮定を使って計算したマッハ数分布を白丸印として図 5.6 に示す。図 5.6 より、噴流中心軸上の流れは、マッハディスクによりマッハ数が約 2.7 の超音速流れから約 0.5 の亜音速流れまで急激に減速される。マッハディスクの下流では、亜音速の状態からマッハ数が約 1.8 の超音速の状態まで徐々に加速された後、マッハ数が 1.3 まで単調に減速され、その下流では超音速の範囲でショックセル構造に起因して増加と減少を繰り返す。また、マッハディスク直後の理論値（点 b）は、実験値と定量的に良く一致する。

マッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の構造を立体的に観察するために、噴流の等密度面表示を図 5.7 に示す。ただし、図 5.7 は密度が 0.7 kg/m³ から 2.2 kg/m³ まで 0.1 kg/m³ 毎の等密度面を表示している。図 5.7 から、ショックセル構造を形成する膨張領域や圧縮領域の 3 次元的な形状と大きさの流れ方向の変化の様子が明瞭に観察できる。また、マッハディスクやその 3 重点から反射する衝撃波および反射衝撃波の噴流境界での反射によって形成される密度場は、ダイヤモンド構造になっていることがわかる。

図 5.8 は、図 5.7 の等密度面における流れ方向の各位置における y 方向の密度分布を示す。図 5.8 の①から⑤はそれぞれ噴流境界、バレル衝撃波、反射衝撃波、マッハディスク、スリップラインを示す。また、赤線は各位置における流れ方向の中心軸上から噴流境界に向かっての密度分布である。流れ方

向は左から右である。

密度分布の変曲点より①から⑤の形状を定量的に観察できる。また、マッハディスク直後のスリップラインは半径方向に広がり、下流に向かって広がりが緩やかになることが分かる。この結果は、不足膨張音速噴流の詳細構造の結果⁽¹³⁾と一致する。

さらに、ダイヤモンド構造内部にスリップ面の 3 次元立体構造を観察できる。なお、本研究では流れ場が軸対称のため Abel 逆変換法を使った密度の再構成手法のみで 3 次元密度場が得られるが、CBP 法を使った密度の再構成手法は、流れ場が非対称の場合でも有効である。

5.4 本章のまとめ

本章では、軸対称先細ノズルから流出するマッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の 3 次元密度場の特性をレインボーシュリーレン法 (RSD) による定量的可視化実験によって詳細に調べた。レインボーシュリーレン写真からの密度場の再構成は、アーベル逆変換法とコンボリューション逆投影法を用いて行った。また、噴流の中心軸上に沿う密度分布に対して、過去に Nicolas ら⁽²⁰⁾が行った背景シュリーレン法 (BOS) と RSD との定量的比較を行った。本章で得られた結論は以下の通りである。

- (1) マッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の全体的な構造については、アーベル逆変換法とコンボリューション逆投影法による密度場の再構成法による違いはほとんどない。しかし、マッハディスク下流の噴流中心軸上の密度値に対しては、アーベル逆変換法と比べてコンボリューション逆投影法による密度の再構成がわずかに優れている。
- (2) 噴流の中心軸を含む断面において、マッハディスクの 3 重点からの反射衝撃波は、噴流境界に向かってつれて徐々に上流側に湾曲する構造となる。また、マッハディスクの 3 重点から発生するスリップラインは半径方向に広がる。その結果、マッハディスク前後において、垂直衝撃波による密度上昇の直後で流れ方向に密度が増加する領域が現れる。
- (3) RSD と BOS による密度場の非接触計測法はマッハディスクによる急激な密度上昇を定量的によく捉えることができる。特に、RSD は BOS と比べてマッハディスク前後の密度変化が急激で、マッハディスクによる急峻な密度上昇をより正確に計測できる。
- (4) ノズル圧力比が 4.0 の場合、先細ノズルからの不足膨張音速噴流の中心軸上におけるマッハ数は、マッハディスク直前で約 2.7 まで加速された直後に約 0.5 まで急激に減速される。マッハディスクの下流では、亜音速の状態からマッハ数が約 1.8 の超音速の状態まで徐々に加速された後、マッハ数が 1.3 まで単調に減速され、その下流では超音速の範囲でショックセル構造に起因して増加と減少を繰り返す。
- (5) 以上の結果、レインボーシュリーレン偏向法は、マッハディスクを含む強い衝撃波と噴流せん断層が干渉する複雑なショックセル構造の 3 次元密度場の定量計測に有効である。本計測結果は、マッハディスクのような強い衝撃波を含む超音速噴流に対する数値シミュレーションや RSD と BOS を

含む各種の密度場計測法の検証にも有効である.

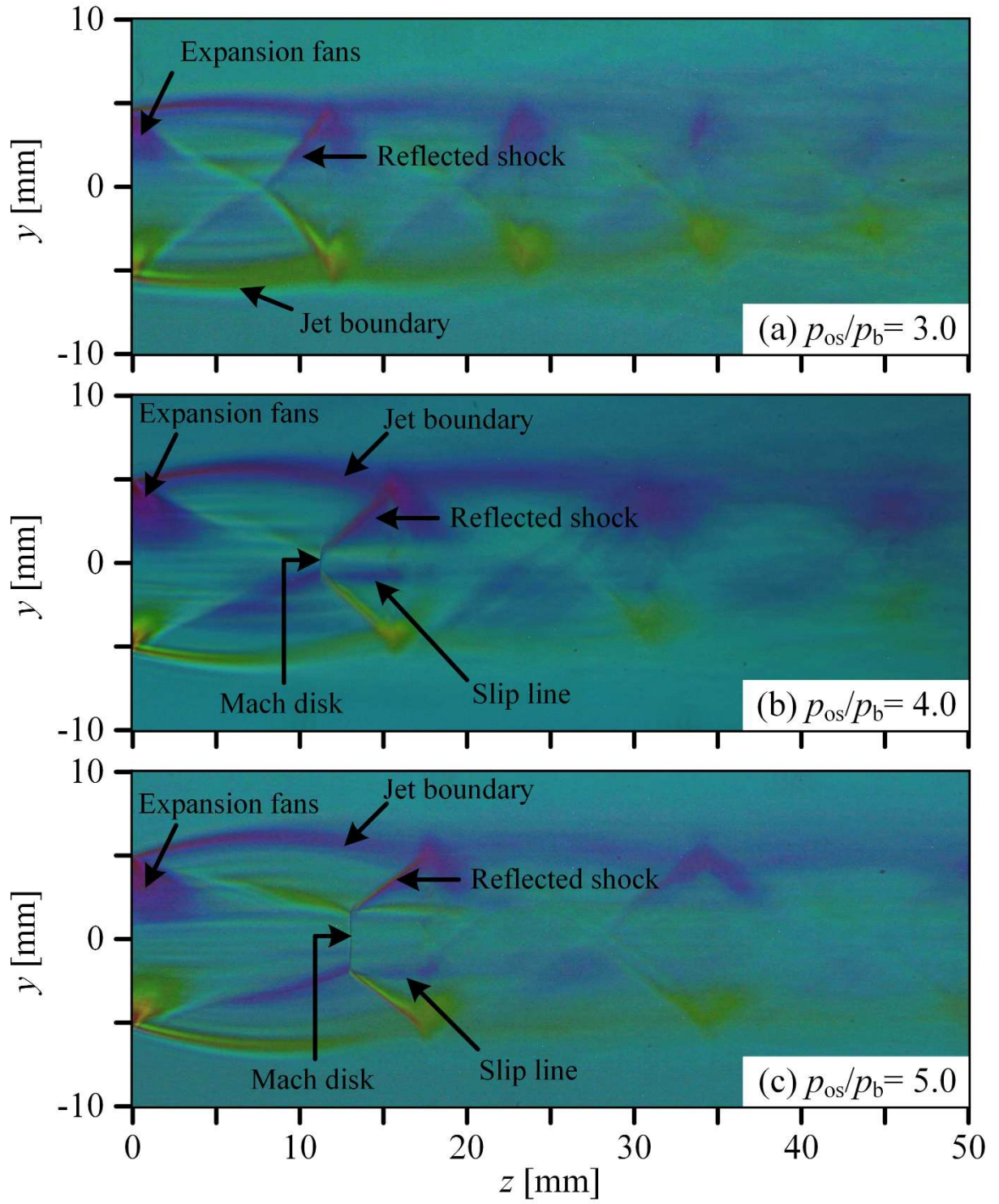


図 5.1 $p_{os}/p_b = 3.0, 4.0, 5.0$ におけるレインボーシュリーレン写真

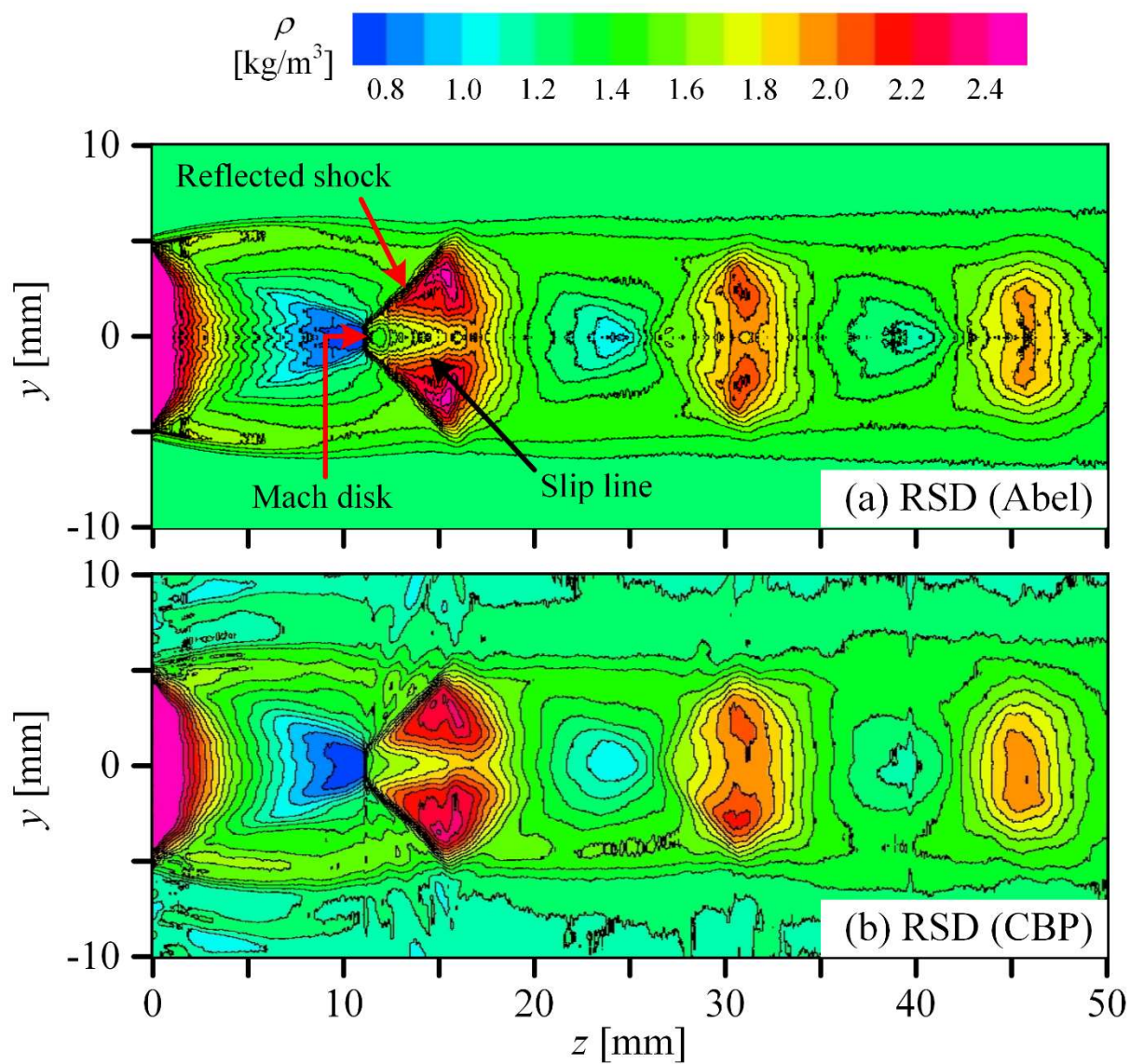


図 5.2 アーベル逆変換とコンボリューション逆投影法による等密度線図

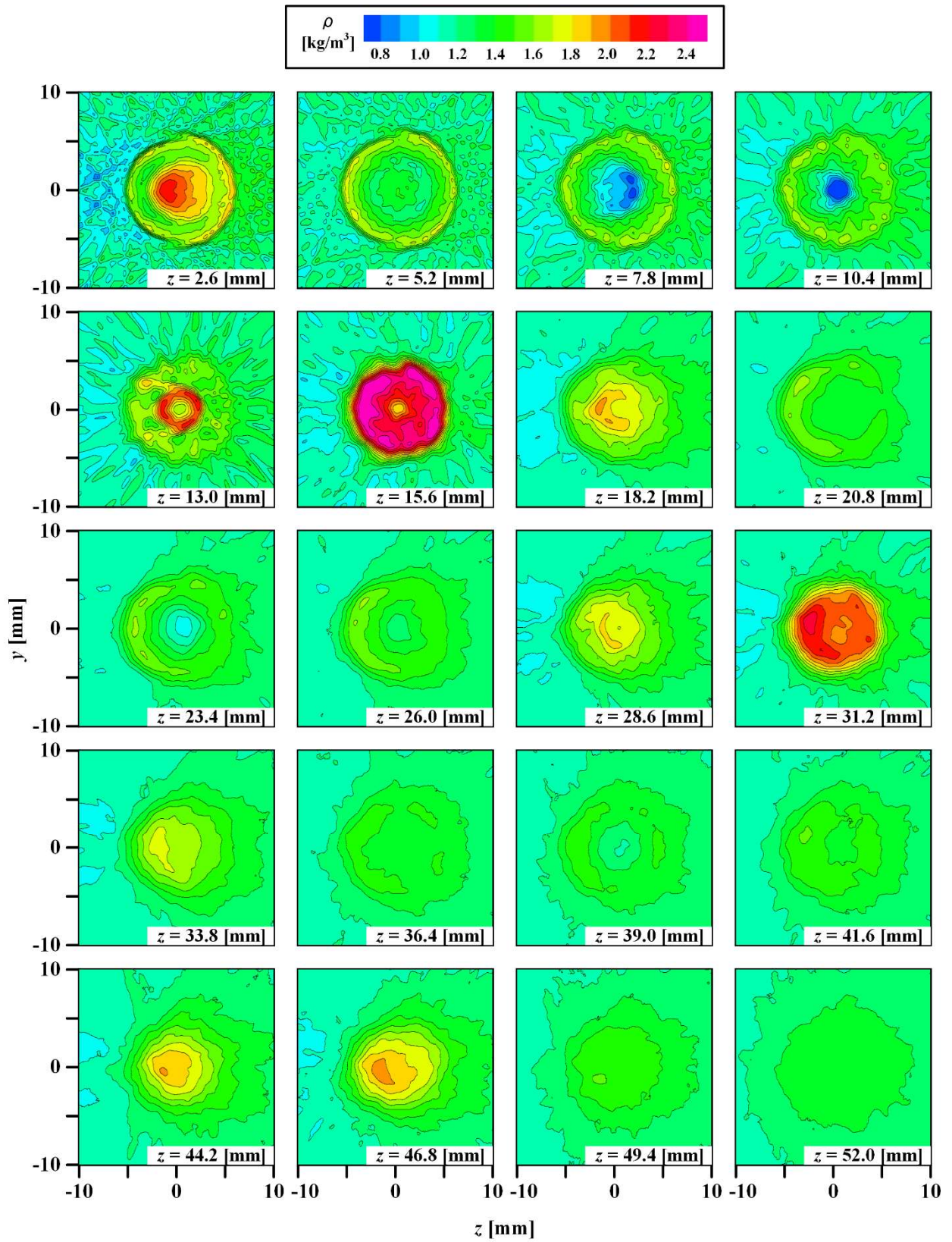


図 5.3 $p_{\text{os}}/p_{\text{b}} = 4.0$ における断面等密度分布

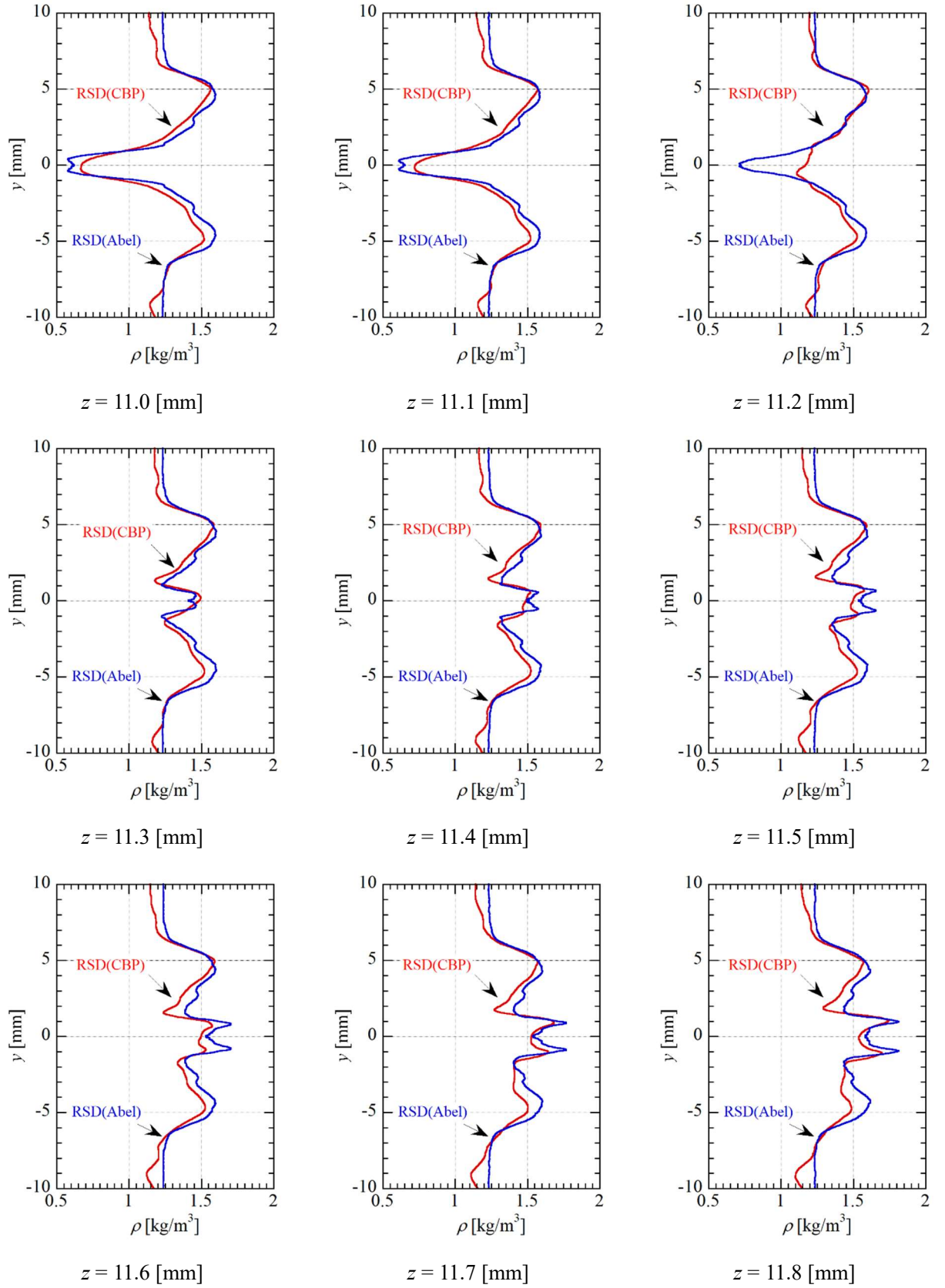


図 5.4 $p_{os}/p_b = 4.0$ における各位置の流れ方向に対して垂直方向の密度分布

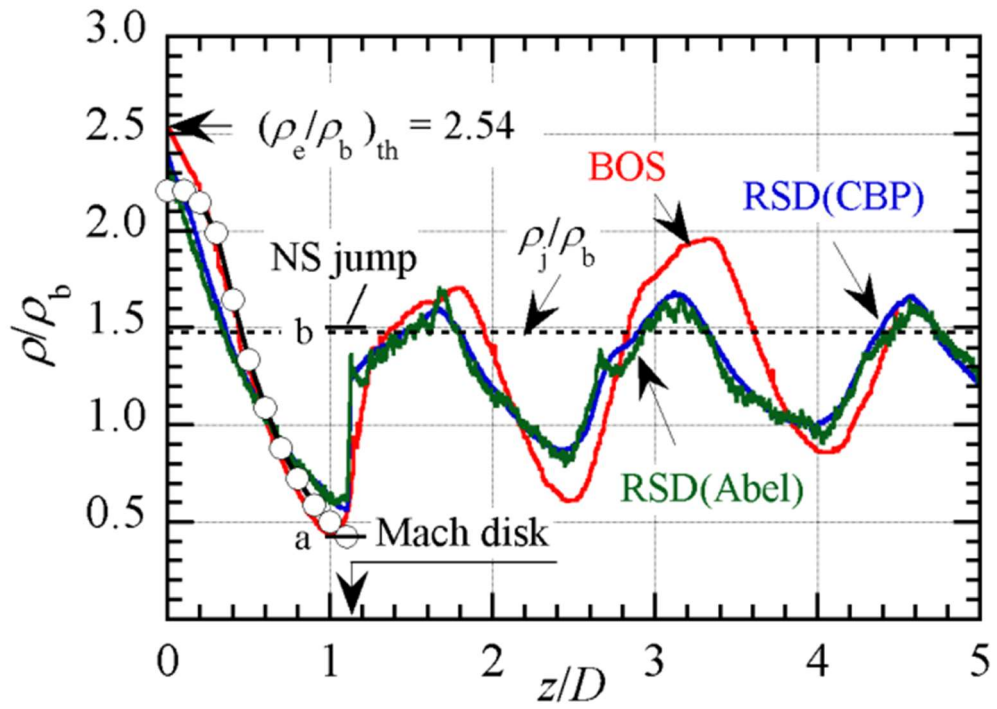


図 5.5 $p_{0s}/p_b = 4.0$ における噴流の中心軸を沿う流れ方向の密度分布

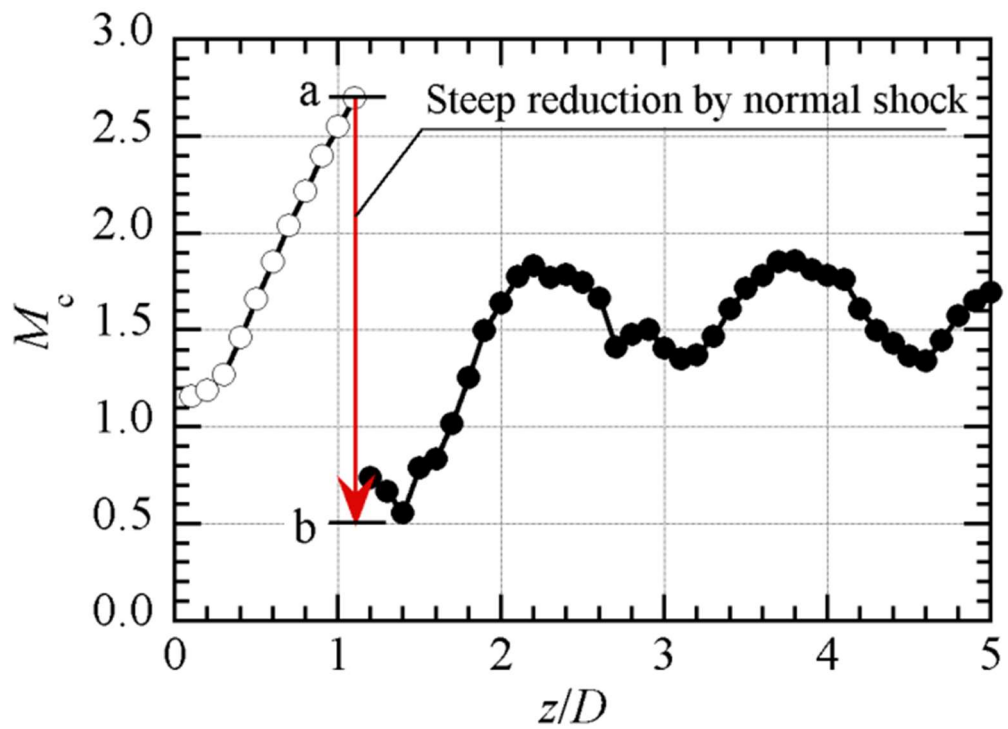


図 5.6 $p_{0s}/p_b = 4.0$ における噴流の中心軸上に沿うマッハ数分布

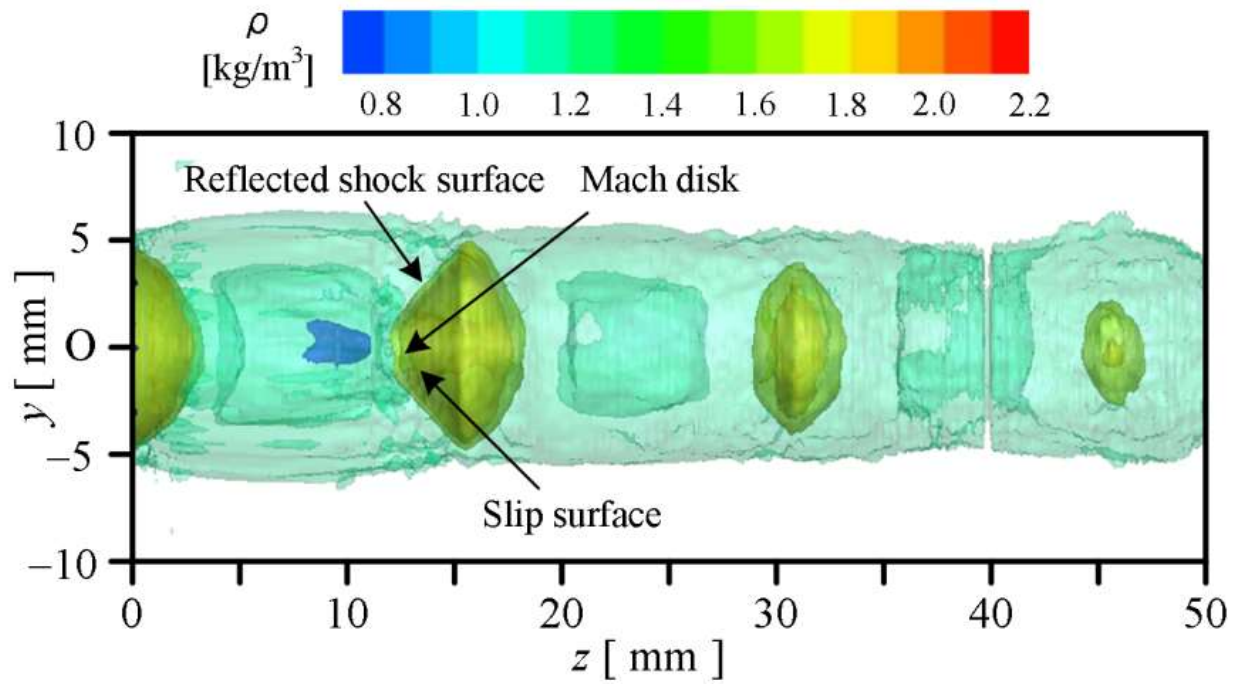


図 5.7 $p_{os}/p_b = 4.0$ における噴流の等密度面表示

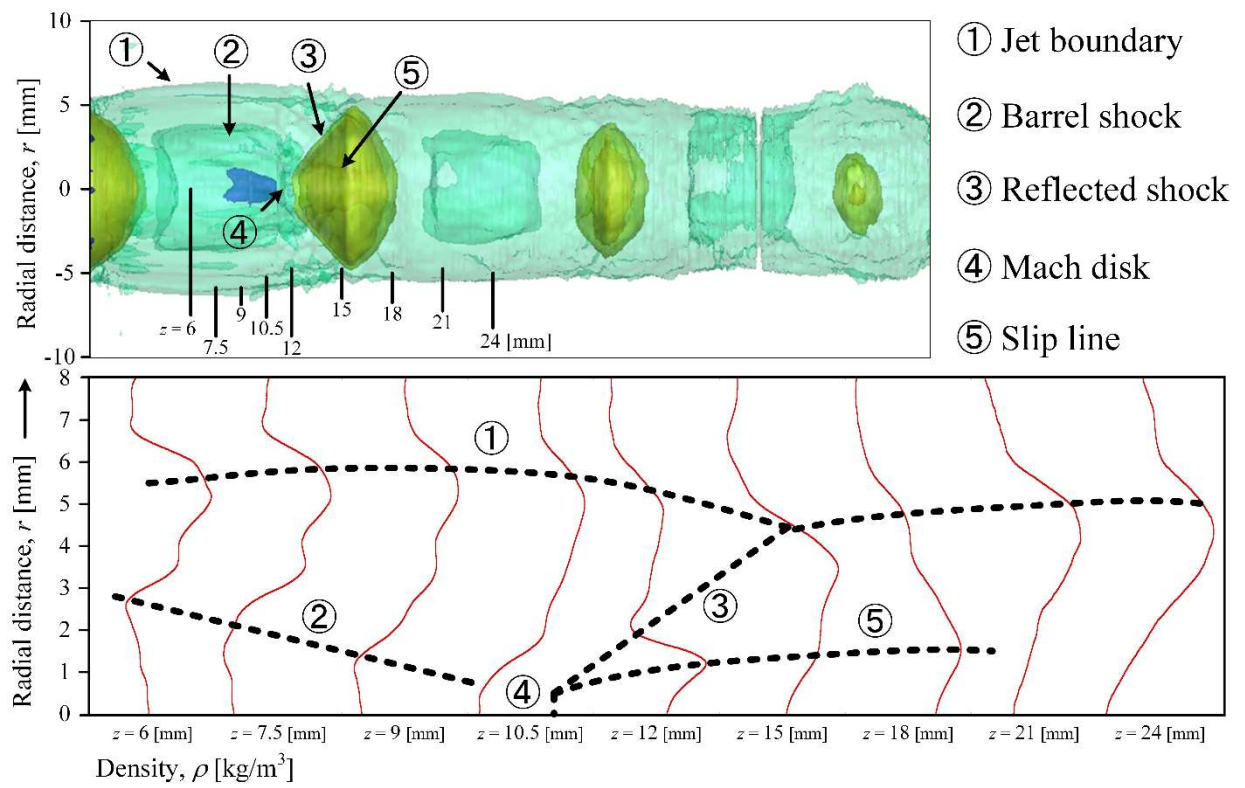


図 5.8 $p_{os}/p_b = 4.0$ におけるマッハディスク発生位置付近の密度分布

第 6 章 超音速噴流の非定常特性

本章では、超音速噴流の非定常特性を定性的かつ定量的に可視化観察するために、第 3 章に記述した高速度マッハ・ツェンダー法を用いた実験について述べる。集合洞圧力 p_{os} と背圧 p_b との比 $p_{os}/p_b = 3.0, 4.0, 5.0$ の 3 条件において、無限干渉縞法と有限干渉縞法による可視化結果や超音速噴流の非定常特性を調べるために、RMS 値とパワースペクトル密度分布を求めた。さらに、パワースペクトル密度分布の妥当性を調べるために、高速度マッハ・ツェンダー法とレーザーシュリーレン法から得られた結果を相互比較したので、以下にその結果について報告する。

6.1 定量的可視化観察

6.1.1 NPR = 3.0

図 6.1 では、無限干渉縞法と有限干渉縞法によって得られた噴流の可視化写真を示す。全ての写真において流れ方向は左から右である。タイムステップは $1/9600$ s あり、それぞれ $1/9600$ s 毎の写真を図中の図 6.1 (a)~(e)に示している。また、図 6.1 (A)と図 6.1 (B)は同時刻計測ではない。

図 6.1 (A)は、無限干渉縞によって得られた噴流の可視化写真を示す。噴流境界が等密度線を示す黒い線として明瞭に観察できる。圧縮領域と膨張領域から形成されるショックセル構造の空間的変化を観察できる。図 6.1 (a)と(c)の写真は、y 方向に振動しており、互いに逆位相である。しかし、フラッピングモード振動（上下方向の振動）とスパイラル振動（らせん振動）の区別はつかない。また、マッハディスクが発生していないことが分かる。

図 6.1 (B)は、有限干渉縞によって得られた噴流の可視化写真を示す。測定部に流れがないとき、y 軸と平行な縞となるように設定した。本実験の基準干渉縞の間隔は $360\mu\text{m}$ である。また、空間分解能は $45\mu\text{m}$ である。写真からは噴流構造の特徴がほとんど分からないが、変動の強さ（RMS 値）や変動の周波数は 2 次元の変動密度場として高空間分解能で取得することができる。すなわち、2 次元空間内の指定した位置（座標）で変動密度場の物理量（RMS 値、変動周波数）が得られる。

図 6.2 は、図 6.1 の流れに対する RMS 線図とパワースペクトル密度分布である。RMS 線図を算出するために用いたサンプルは 9600 枚の写真を用い、流れ方向は左から右である。

パワースペクトル密度分布の各位置は、RMS 線図の各位置を示しており、横軸は周波数 kHz、縦軸はパワースペクトル密度値であり $0 \sim 0.002$ 1/Hz の値を示している。RMS 線図では、ノズル出口付近の縞の変動はほとんど観察できず、下流の噴流境界の位置の大きく縞が変動していることが観察できる。下流の噴流境界以外にも、斜め衝撃波の位置の縞の変動が顕著に観察できる。下図のパワースペクトル密度分布では、NPR = 3.0 での流れの支配周波数は 3.0 kHz であることが観察でき、斜め衝撃波の位置では 3.0 kHz 以外にも 10.0 Hz の低周波を観察できる。さらに E 点、F 点では 4.4 kHz の高周波を観察できる。これは噴流境界が激しく振動していることが原因だと考えられ、図 6.1 の有限干渉縞法の

実験写真からも推測できる。

6.1.2 NPR = 4.0

図 6.3 では、無限干渉縞法と有限干渉縞法によって得られた噴流の可視化写真を示す。全ての写真において流れ方向は左から右である。タイムステップは $1/9600$ s あり、それぞれ $1/9600$ s 毎の写真を図中の図 6.3 (a)~(e)に示している。また、図 6.2 (A)と図 6.2 (B)は同時刻計測ではない。

図 6.3 (A)は、無限干渉縞によって得られた噴流の可視化写真を示す。噴流境界が等密度線を示す黒い線として明瞭に観察できる。圧縮領域と膨張領域から形成されるショックセル構造の空間的变化を観察できる。図 6.3 (a)と(c)の写真は、y 方向に振動しており、互いに逆位相である。しかし、フラッピングモード振動（上下方向の振動）とスパイラル振動（らせん振動）の区別はつかない。また、マッハディスクが観察できる。マッハディスクが発生すると噴流の中心軸上をはさんで上下に密度値の極値が現れる。

図 6.3 (B)は、有限干渉縞によって得られた噴流の可視化写真を示す。測定部に流れがないとき、y 軸と平行な縞となるように設定した。本実験の基準干渉縞の間隔は $360\mu\text{m}$ である。また、空間分解能は $45\mu\text{m}$ である。写真からは噴流構造の特徴がほとんど分らない。

図 6.3 (C)は、レーザーシュリーレン法によって得られた噴流の可視化写真を示す。マッハディスクや噴流境界が分かり、衝撃波が流れ方向に運動するときの衝撃波の位置の時間履歴を調べることができる。

図 6.4 は、図 6.3 の流れに対する RMS 線図とパワースペクトル密度分布である。RMS 線図を算出するために用いたサンプルは 9600 枚の写真を用い、流れ方向は左から右である。

パワースペクトル密度分布の各位置は RMS 線図の各位置を示しており、横軸は周波数 kHz、縦軸はパワースペクトル密度値であり $0 \sim 0.0012$ 1/Hz の値を示している。RMS 線図では、ノズル出口付近の縞の変動はほとんど観察できず、下流の噴流境界の位置の大きく縞が変動していることが観察できる。また、バレル衝撃波、B 点のマッハディスク、C 点の三重点、D 点の反射衝撃波の縞の変動も顕著である。パワースペクトル密度分布では、支配周波数が観察でき、NPR=4.0 における支配周波数は 1.7 kHz であることが分かる。また、マッハディスクや三重点の位置の支配周波数は 1.7 kHz 以外にも 10 Hz の低周波を観察することができる。

図 6.5 では、マッハ・ツェンダー干渉法の有限干渉縞法とシュリーレン法によって得られた各位置におけるパワースペクトル密度分布を示す。図 6.5 (a)は有限干渉縞法、図 6.5 (b)はシュリーレン法によるマッハディスク発生位置におけるパワースペクトル密度分布を示す。両結果より、支配周波数は 1.7 kHz であることが観察でき、定量的に一致することが分かる。また、図 6.5 (c)は有限干渉縞法、図 6.5 (d)は、それぞれ三重点、スリップラインにおけるパワースペクトル密度分布を示す。この結果、支配周波数は 1.7 kHz であることが観察できる。

6.1.3 NPR = 5.0

図 6.6 では、無限干渉縞法と有限干渉縞法によって得られた噴流の可視化写真を示す。全ての写真において流れ方向は左から右である。タイムステップは $1/9600$ s あり、それぞれ $1/9600$ s 毎の写真を図中の図 6.6 (a)~(e)に示している。また、図 6.6 (A)と図 6.6 (B)は同時刻計測ではない。

図 6.6 (A)は、無限干渉縞によって得られた噴流の可視化写真を示す。噴流境界が等密度線を示す黒い線として明瞭に観察できる。圧縮領域と膨張領域から形成されるショックセル構造の空間的变化を観察できる。図 6.6 (a)と(c)の写真は、 y 方向に振動しており、互いに逆位相である。しかし、フラッピングモード振動（上下方向の振動）とスパイラル振動（らせん振動）の区別はつかない。また、マッハディスクが観察できる。マッハディスクが発生すると噴流の中心軸上をはさんで上下に密度値の極値が現れる。

図 6.6 (B)は、有限干渉縞によって得られた噴流の可視化写真を示す。測定部に流れがないとき、 y 軸と平行な縞となるように設定した。本実験の基準干渉縞の間隔は $360\mu\text{m}$ である。また、空間分解能は $45\mu\text{m}$ である。写真からは噴流構造の特徴がほとんど分らない。

図 6.6 (C)は、レーザーシュリーレン法によって得られた噴流の可視化写真を示す。マッハディスクや噴流境界が観察できる。

図 6.7 では、図 6.6 の流れに対する RMS 線図とパワースペクトル密度分布である。RMS 線図を算出するために用いたサンプルは 9600 枚の写真を用い、流れ方向は左から右である。

パワースペクトル密度分布の各位置は RMS 線図の各位置を示しており、横軸は周波数 kHz、縦軸はパワースペクトル密度値であり $0 \sim 0.0012$ 1/Hz の値を示している。RMS 線図では、ノズル出口付近の縞の変動はほとんど観察できず、下流の噴流境界の位置の大きく縞が変動していることが観察できる。また、バレル衝撃波、B 点のマッハディスク、C 点の三重点、D 点の反射衝撃波の縞の変動も顕著である。パワースペクトル密度分布では、支配周波数が観察でき、NPR = 5.0 における支配周波数は 0.7 [kHz] であることが分かる。また、マッハディスクや三重点の位置の支配周波数は 0.7 [kHz] 以外にも 10 [Hz] の低周波を観察することができる。

6.2 本章のまとめ

本章では、超音速噴流の非定常特性を調べるために、高速度マッハ・ツェンダー法を用いた。NPR = 3.0, 4.0, 5.0 の 3 条件において、無限干渉縞と有限干渉縞写真、RMS 線図とパワースペクトル密度分布によって噴流の非定常特性を調べた。本章で得られた結論は以下の通りである。

- (1) マッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の全体的な構造については、無限干渉縞、有限干渉縞写真から定性的に可視化観察ができた。また、無限干渉縞法は有限干渉縞法に比べて、定性的に可視化観察するには優れている。

- (2) 有限干渉法から得られた $\text{NPR}=4.0, 5.0$ におけるマッハディスク発生位置の支配周波数は、それぞれ 1.7 kHz , 0.7 kHz と定量的に得られることができた。また、 NPR が上昇するにつれて支配周波数が減少することが分かった。さらに、シュリーレン法から得られた支配周波数と定量的な一致を示した。
- (3) 以上の結果、高速度マッハ・ツェンダー法は、マッハディスクを含む強い衝撃波と噴流せん断層が干渉する複雑なショックセル構造の非定常計測に有効である。

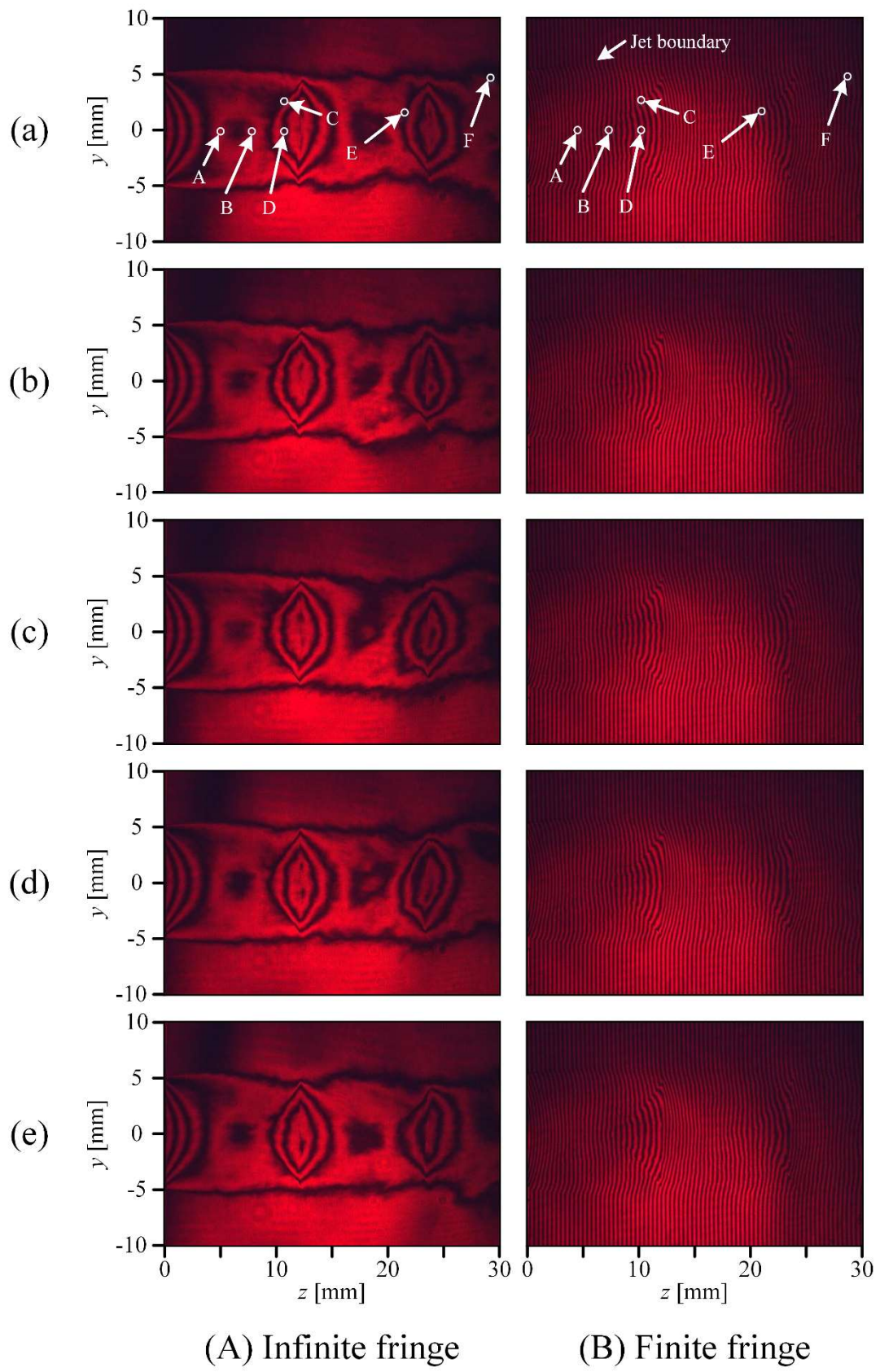


図 6.1 NPR = 3.0 における無限及び有限干渉縞写真

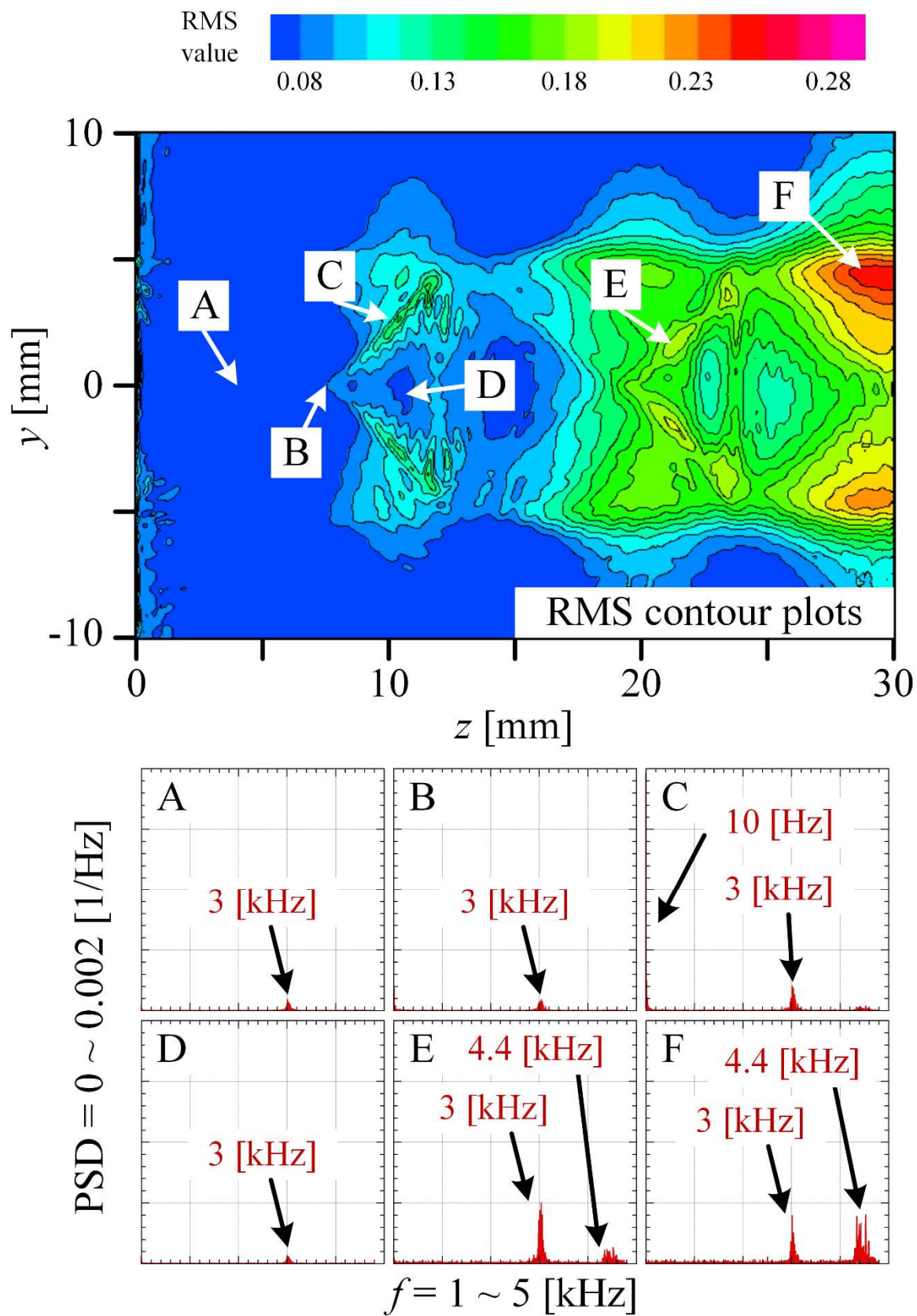


図 6.2 NPR=3.0 における縞の変動を示す RMS 線図及びパワースペクトル密度分布

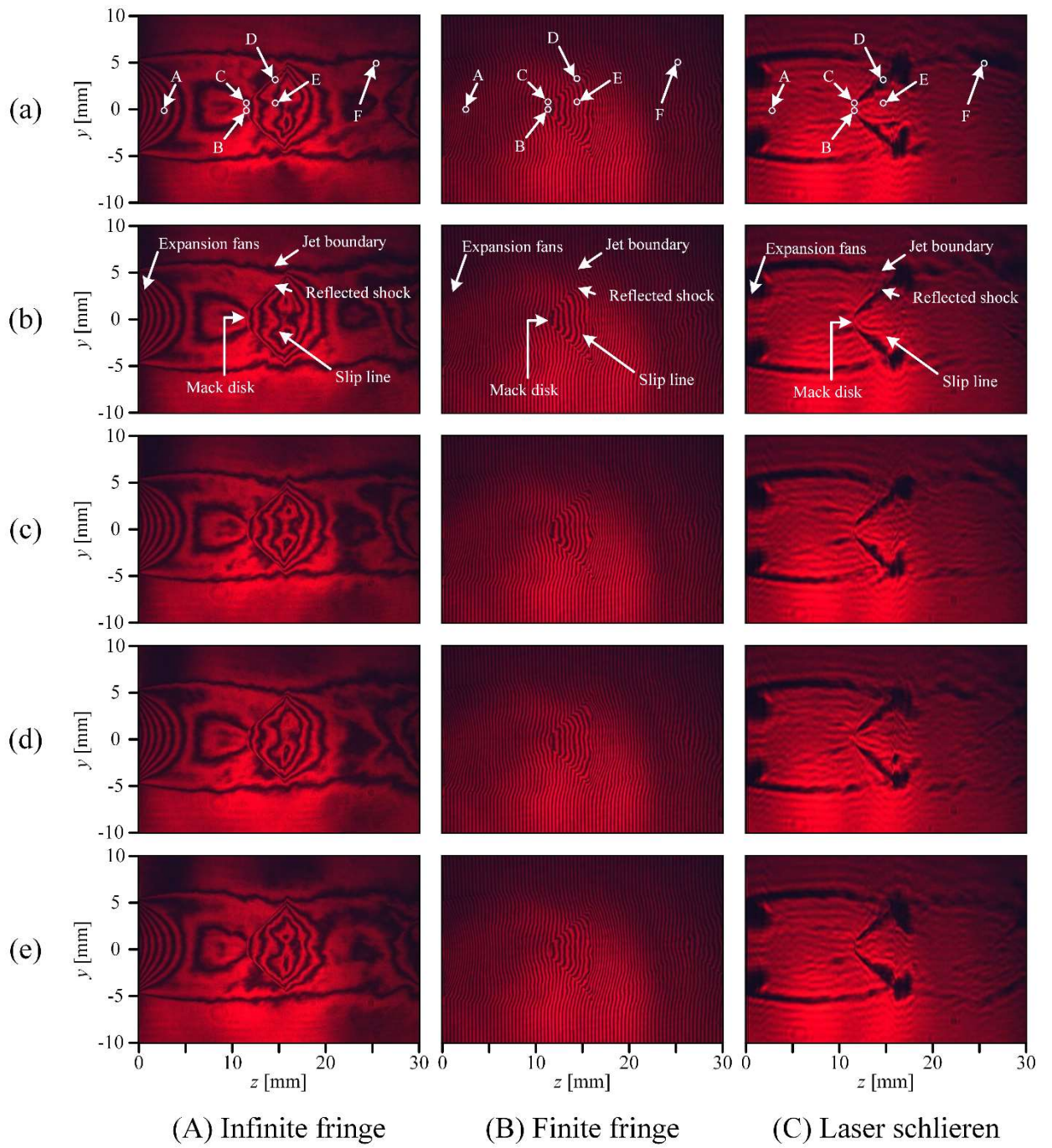


図 6.3 NPR=4.0 における無限干渉縞、有限干渉縞、レーザーシュリーレン写真

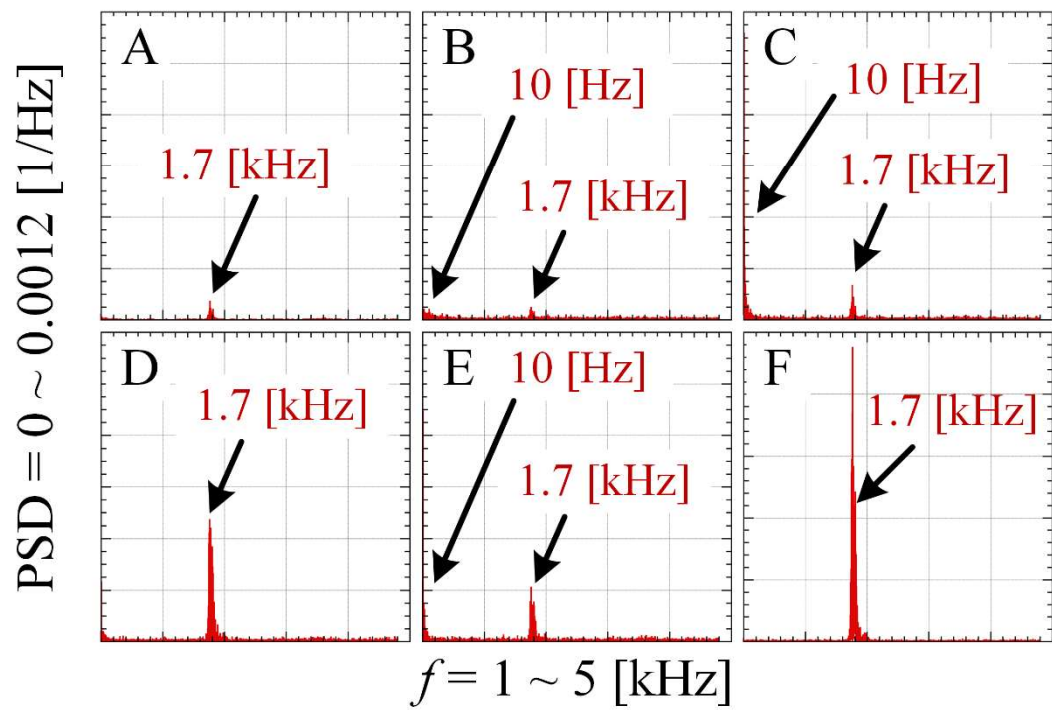
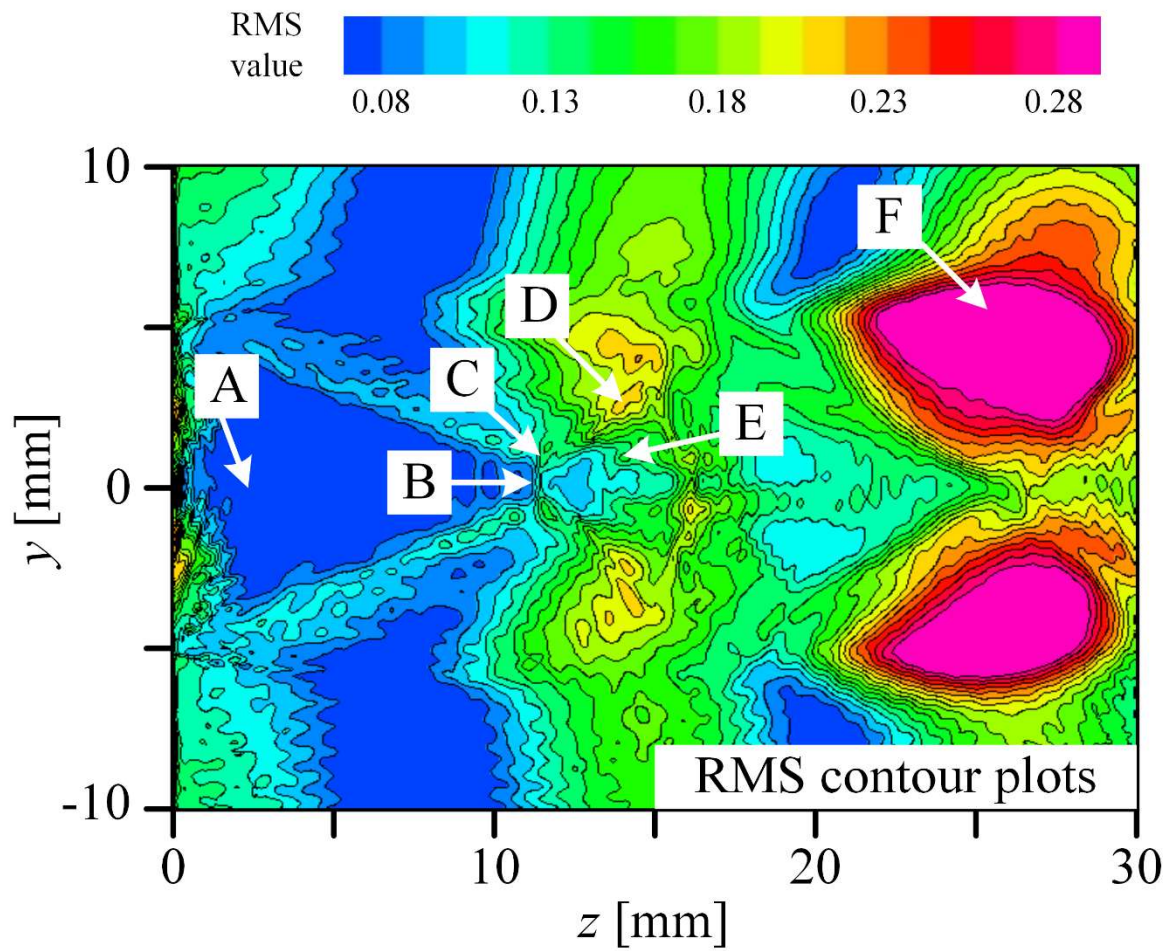
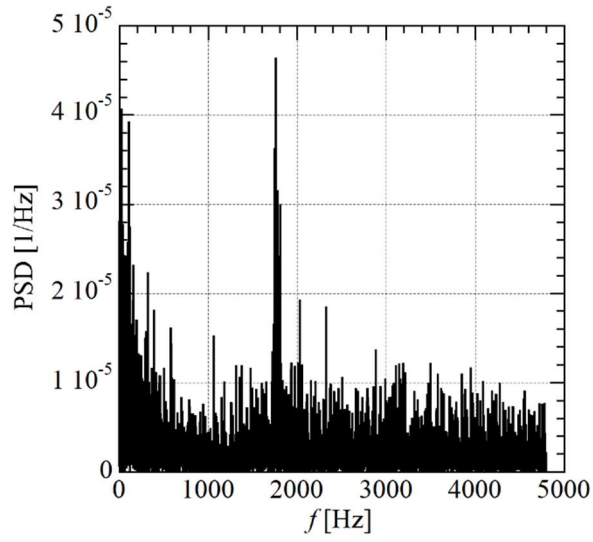
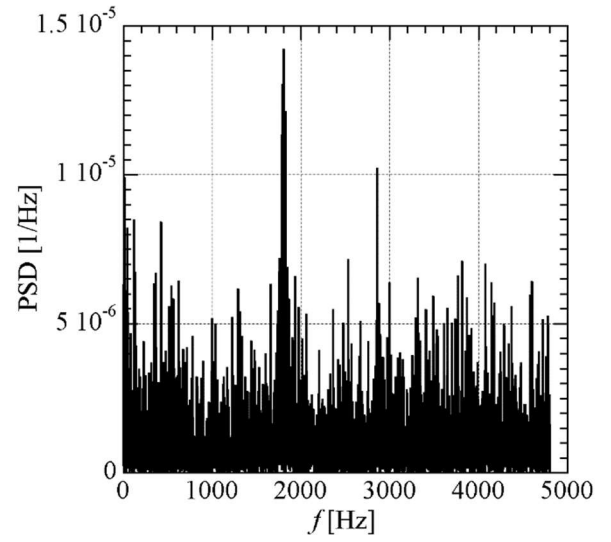


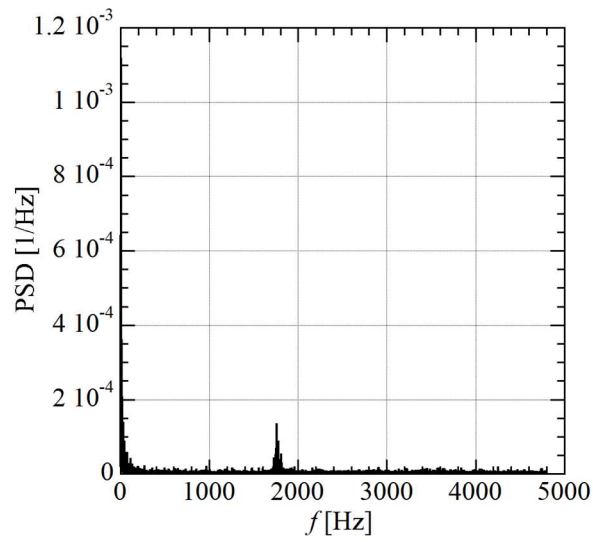
図 6.4 NPR = 4.0 における縞の変動を示す RMS 線図及びパワースペクトル密度分布



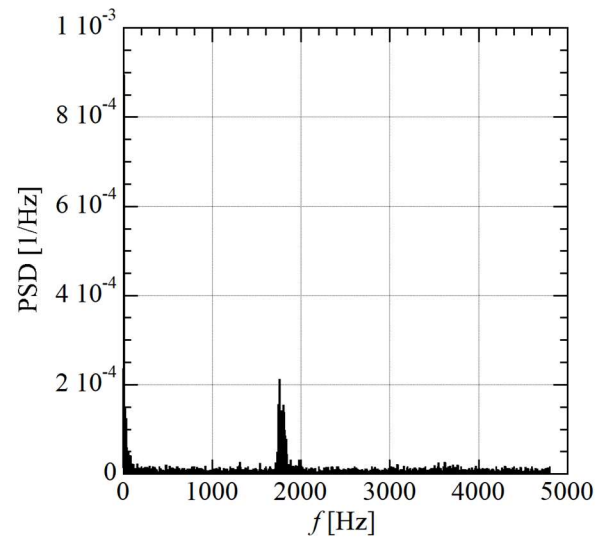
(a) Mach disk (interferometer)



(b) Mach disk (laser schlieren)



(c) Triple point (interferometer)



(d) Slip line (interferometer)

図 6.5 NPR=4.0 におけるマッハ・ツェンダー法とレーザーシュリーレン法から得られた
パワースペクトル密度分布の比較

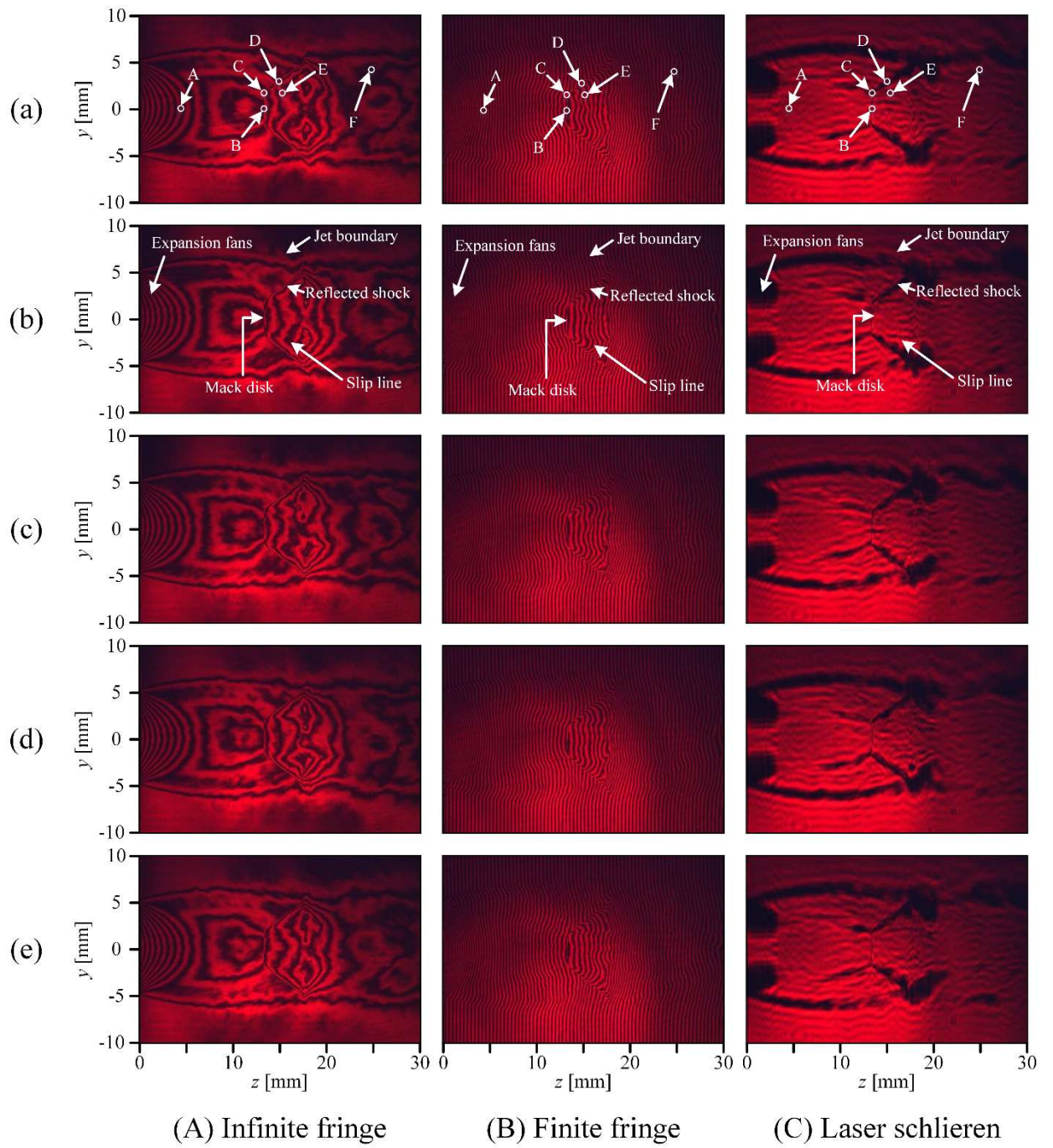


図 6.6 NPR=5.0 における無限干渉縞、有限干渉縞、レーザースクリューレン写真

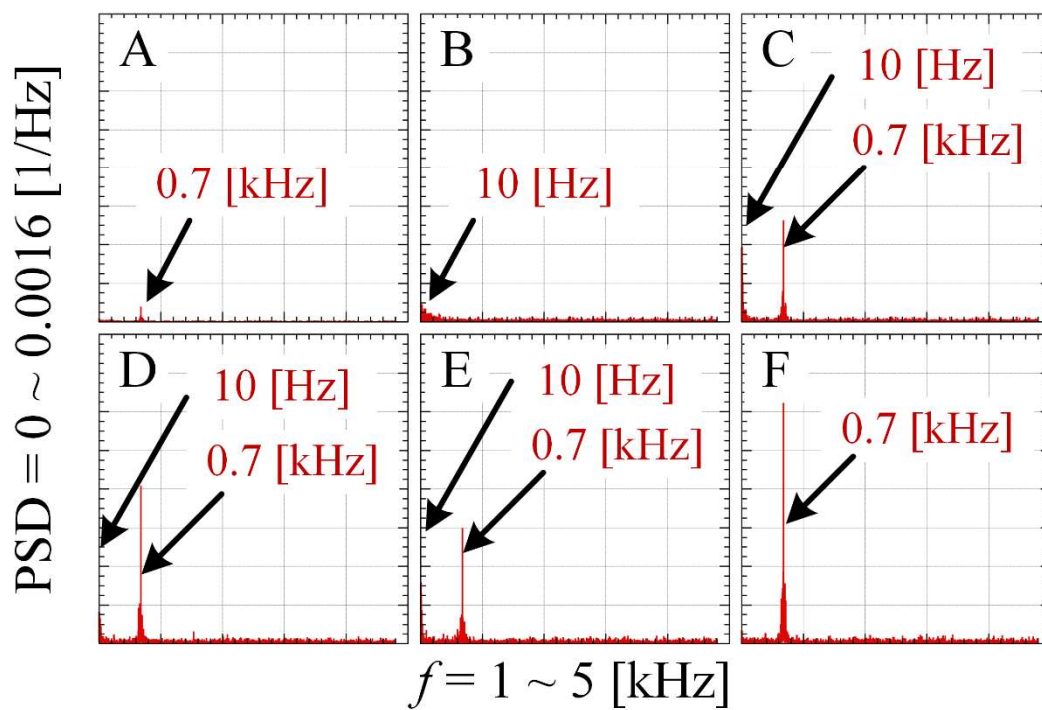
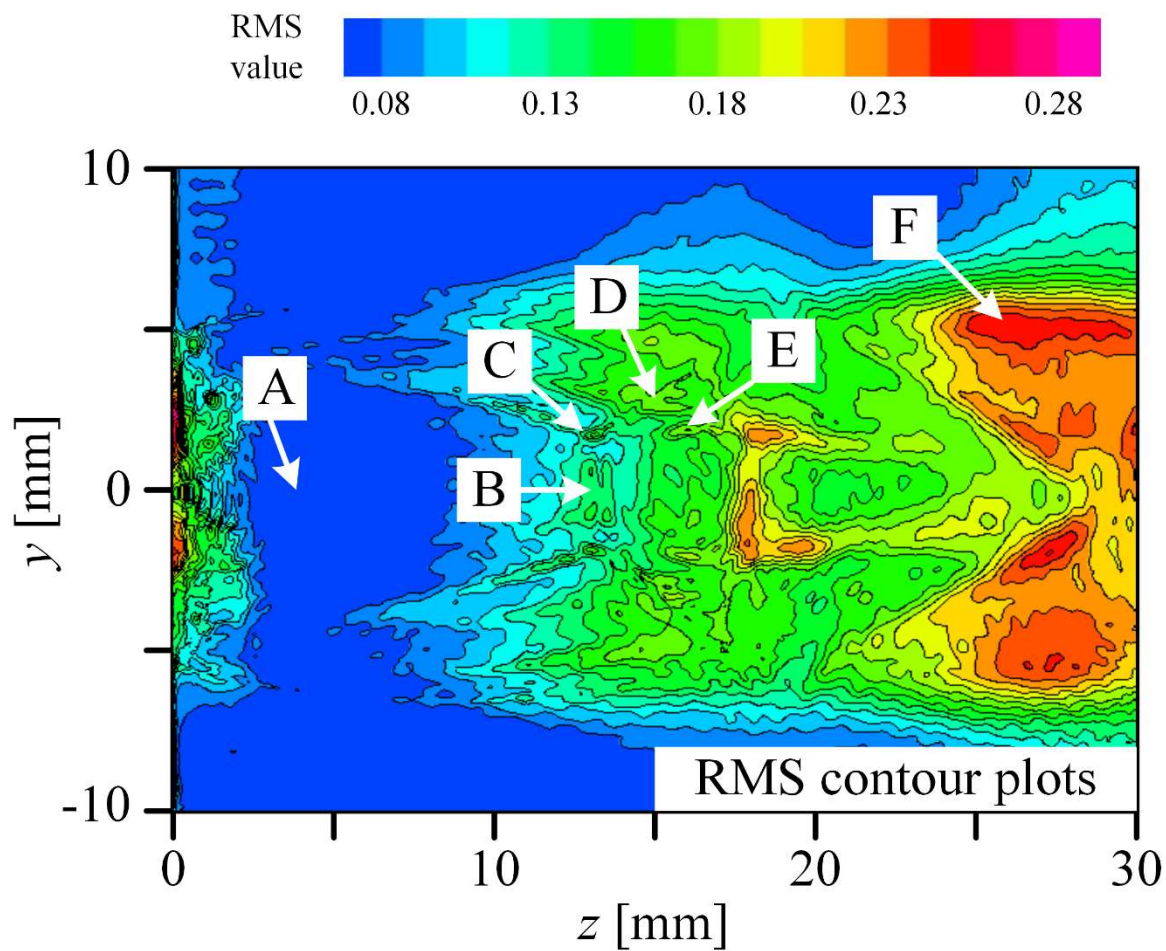


図 6.7 NPR = 5.0 における縞の変動を示す RMS 線図及びパワースペクトル密度分布

第7章 ショックトレーンの内部構造

本章では、矩形管内におけるショックトレーンの内部構造を定性的かつ定量的に可視化観察するために、第3章に記述したレインボーシュリーレン法を用いた実験について述べる。衝撃波と境界層の相互作用の密度場を再構築するために、レインボーシュリーレン法の新しい測定技術を用いた。その技術を一定面積の直管内のショックトレーンに初めて適用し、ショックトレーン内部の詳細構造について調査を実施したので、その結果について報告する。

7.1 境界層厚さの算出方法⁽¹⁾⁽³³⁾

管路や流路の流れにおいて、流体と外部との間に熱の授受がなく、粘性も無視できるとすれば、流体のエントロピーは一定に保たれ、等エントロピー流れと仮定できる。集合洞圧力 p_{os} 、気体定数 $R=287.1$ [J/kg·K]、温度 T_0 [K] とし、状態方程式より、密度は以下のように与えられる。

$$\rho_{os} = \frac{p_{os}}{R \times T_0} \quad (7.1)$$

実験より第一衝撃波直前の密度 ρ_1 [kg/m³] を求め、密度比 ρ_1/ρ_{os} を算出する。等エントロピー流れより、断面積比 A_1/A^* 、主流マッハ数 $M_{1\infty}$ を算出する。

直管部高さ $H=5$ [mm]、スロート部高さ $H^*=4.24$ [mm] であり、排除厚さ δ_1^* [mm] は以下のように与えられる。

$$\delta_1^* = \frac{H - \frac{A_1}{A^*} \times H^*}{2} \quad (7.2)$$

ショックトレーン直前の境界層では、 $1/n$ 乗の速度分布が仮定されている。

$$\frac{u_1}{u_{1\infty}} = \begin{cases} \eta^{1/n} & \text{for } 0 \leq \eta \leq 1 \\ 1 & \text{for } 1 \leq \eta \leq H/2 \end{cases} \quad (7.3)$$

η は、ダクト壁からの垂直距離を示し、境界層厚さ δ_1 [mm] で正規化される。

一般的に指数 n は主流マッハ数とレイノルズ数に依存するが、 $n=7$ のとき、 δ_1^*/δ_1 は以下のように与えられる。

$$\frac{\delta_1^*}{\delta_1} = 1 - 7(D-1) \times \left[\frac{D^3}{2} \ln\left(\frac{D}{D-1}\right) - \frac{D^2}{2} - \frac{D}{4} - \frac{1}{6} \right] \quad (7.4)$$

ここで、等エントロピー流れと仮定したので、 $\gamma=1.4$ とすると、 D は以下のように与えられる。

$$D \equiv 1 + \frac{2}{[(\gamma-1)M_{1\infty}^2]} \quad (7.5)$$

以上より、境界層厚さ δ_1 [mm] を算出した。

7.2 流れ場の可視化⁽³³⁾

第1章で説明したように、ショックトレーンは衝撃波と境界層の相互作用にて発達する。そのため、ショックトレーンの様相を把握するためには、衝撃波と境界層を正確に捉える必要がある。ショックトレーンを構成する各衝撃波の特性を調べるためには、レインボーフィルターの色相の変化方向が流れ方向に対して垂直になるようにして設置して写真撮影を実施する。また、境界層の特性を調べるためには、レインボーフィルターの色相の変化方向が流れ方向に対して垂直になるようにして設置して写真撮影を実施する。

集合洞の圧力 p_{os} と背圧 p_b (大気圧) の比 $p_{os}/p_b = 1.7, 1.75, 1.8$ の場合のレインボーシュリーレン写真を図 7.1 に示す。いずれの写真も流れ方向は左から右である。

図 7.1 (A) に示すように、圧力比が最も低い $p_{os}/p_b = 1.7$ の場合、先頭衝撃波は、 $z = 14 \text{ mm}$ の位置に発生する。先頭衝撃波の形状は、流路中央部の垂直衝撃波と壁面付近で前枝衝撃波と後枝衝撃波からなる、いわゆる λ 型衝撃波であることが分かる。先頭衝撃波の下流には、 $z = 17.5 \text{ mm}$ に第2衝撃波を観察することができ、全体で2本の衝撃波から構成されるショックトレーンである。

この状態からさらに、圧力比を $p_{os}/p_b = 1.75$ まで増加させると、ショックトレーンの前頭衝撃波の位置が $z = 19 \text{ mm}$ まで移動し、それと同時にショックトレーンを形成する衝撃波の数と隣り合う衝撃波間の間隔が増加する。先頭衝撃波の下流には、 $z = 23.5 \text{ mm}$, $z = 26 \text{ mm}$ に第2衝撃波と第3衝撃波を観察することができ、全体で3本の衝撃波から構成されるショックトレーンである。

圧力比が $p_{os}/p_b = 1.8$ になると、ショックトレーンの前頭衝撃波の位置が $z = 24 \text{ mm}$ まで移動し、先頭衝撃波の下流には、 $z = 27 \text{ mm}$, $z = 29.5 \text{ mm}$, $z = 31.5 \text{ mm}$, $z = 33 \text{ mm}$ に第2衝撃波と第5衝撃波を観察することができ、全体で5本の衝撃波から構成されるショックトレーンである。

上記の3条件より、圧力比が増加する場合、境界層の発達に伴い、先頭衝撃波が発生する位置が後退すること、ショックトレーンを構成する各衝撃波の本数が増加することが確認できる。

本章では、ショックトレーンを構成する各衝撃波の本数が多いため、よりショックトレーン内部の詳細構造を調査可能と考えられる $p_{os}/p_b = 1.8$ の結果のみ考察を行う。

そこで、図 7.2 に $p_{os}/p_b = 1.8$ の条件下でショックトレーン発生位置のみ拡大した写真を示す。集合洞の圧力は 185 kPa 、背圧は 102.8 kPa および大気圧温度は 293.7 K である。図 7.1 と同様、流れ方向は左から右である。

図 7.3 の流れ方向の壁面静圧分布より、ショックトレーンの前頭衝撃波直前のマッハ数 $M_1 = 1.42$ 、境界層の相対的な厚さ $\delta/h = 0.175$ 、単位当たりのレイノルズ数 $Re/m = 2.99 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ である。

図 7.2(a) より、ショックトレーンは直管の中心軸上に対してほとんど対称である。先頭衝撃波は分枝衝撃波であり、上流側および後流側への斜め衝撃波から構成されている。その結果、直管の中心軸上付近に小さな垂直衝撃波が形成されている。先頭衝撃波以降の衝撃波の形状は直管の中心軸上に対して垂直である。

図 7.2(b)より、境界層の流れ方向へ対する密度変化を明瞭に観察できる。境界層厚さは、先頭衝撃波の足元で急激に増加し、第 2 衝撃波の影響で再び増加し始めるまで減少する。この過程は連続している各衝撃波の足元で繰り返されている。その結果、ショックトレインを構成する各衝撃波の足元で形成される境界層の形状は、隆起する独特の特徴があることが分かる。

7.3 流れ方向の壁面における静圧測定

図 7.3 に流れ方向の壁面における静圧分布を示す。測定点は白丸印で示しており、直管入口の位置（ラバルノズル出口の位置）から流れ方向に 1mm 間隔の計 40 点計測した結果である。縦軸は壁面静圧と集合洞圧力の比、横軸は流れ方向の距離と直管高さの比を示す。

先頭衝撃波直前のマッハ数 $M_1 = 1.42$ より、ランキン・ユゴニオの關係を使用して算出した理論的な静圧上昇を青色の矢印で示す。右矢印は背圧と集合洞の圧力の比 $p_b/p_{os} = 0.556$ を示す。下矢印はショックトレインを構成する各衝撃波の位置を示しており、図 7.2 に示すレインボーシュリーレン写真の位置と一致している。

直管入口から先頭衝撃波間のショックトレイン上流領域では、超音速流れによる壁面摩擦の影響により、壁面圧力が徐々に増加する⁽³⁾。この波状の分布は、直管入口から発生したマッハ波によるものである。（マッハ波の形状は図 7.1 のショックトレイン上流領域を参照）

ショックトレイン領域では、先頭衝撃波の影響で壁面圧力は急激に増加する。衝撃波によって引き起こされる境界層分離の特性⁽⁴⁹⁾から分かるように、先頭衝撃波の位置には折点がないことが観察できる。これは、先頭衝撃波の足元で境界層の分離が発生していないことを意味する。また、先頭衝撃波発生後、壁面静圧分布に特徴的な変化が見られないことが分かる。

ランキン・ユゴニオの關係に基づく理論的な圧力比は、先頭衝撃波直前のマッハ数 $M_1 = 1.42$ の場合、 $p/p_{os} = 0.67$ だが、第 5 衝撃波の位置での測定値は $p/p_{os} = 0.52$ である。また、壁面圧力は背圧に達するまで直管出口に向かって上昇し続ける。以上より、ショックトレインによって引き起こされる圧力回復は、マッハ数が同一の場合の垂直衝撃波の理論値の約 78% である。これより、この実験で得られた圧力回復は、境界層の発達に伴い⁽⁵⁰⁾、有効断面積の減少に起因する可能性が考えられる。

7.4 流れの密度勾配場

図 7.1 に示すショックトレインのレインボーシュリーレン写真より、流れ方向および垂直方向の密度勾配場を得ることが可能である。図 7.4(a)は、 $p_{os}/p_b = 1.8$ におけるショックトレイン内の流れ方向の等密度勾配線図を示す。流れ方向は左から右である。これより、ショックトレインを構成する 5 つの衝撃波の特徴を詳細に捉えている。また、2 次的に圧縮領域の範囲と各衝撃波間の膨張領域を明確に観察することができる。

図 7.4(b)は、衝撃波と境界層間の相互作用に関連する境界層内の流れの特徴を垂直方向に密度勾配

の大きな変化によって認識することが可能である．境界層はショックトレインを構成する各衝撃波で急激な増減を繰り返すことが分かる．

図 7.5 および図 7.6 は図 7.4 で示す衝撃波と境界層の構造を容易に確認できるように、3 次元表示した図である．この表示であれば、衝撃波と境界層の構造および強度が分かりやすい．

図 7.7 は、 $p_{os}/p_b = 1.8$ における直管の中心軸上を沿うショックトレインの流れ方向の密度勾配分布を示す．赤丸印は密度勾配が局所的な最大値に達するショックトレインを構成する各衝撃波の正確な位置を示す．また、各衝撃波間の膨張領域では負の値となり、密度勾配分布の極小値を青丸印で示す．流れ方向の密度勾配分布は、先頭衝撃波の位置で正の最大値 ($z/h = 9.2$)、その下流で負の最小値 ($z/h = 10$) となる．この正と負のピーク値は、衝撃波と膨張波の強度が下流方向に向かって弱くなり、下流領域では大幅に減少する．

過去の文献⁽³⁾では、ショックトレインはダクトが十分に長い場合、混合領域が続く一連の衝撃波として定義されている．ショックトレインの正確な終点を知ることは、工学的および学術的観点だけでなく、擬似衝撃波領域で静圧上昇が発生するため、ショックトレインの特性をより理解するためにも重要である．ショックトレインはシュリーレンやシャドウグラフ写真などの工学的可視化法によって容易に捉えられるが、そのような従来の写真を使用してショックトレインの終点を定量的に決定することは依然として困難である．これは、衝撃波がシュリーレン法のナイフエッジの設定などに強く依存する画像のコントラストの影響を受けるためである．

近年では、Hunt と Gamba⁽³⁰⁾は測定された壁面静圧分布からショックトレインの終点を見つける方法を考案した．ただし、壁面から離れる主流に衝撃波が存在することを考慮した場合、境界層の逸脱性により、壁面圧力が不鮮明になる傾向がある⁽³¹⁾⁽³²⁾．

以上より、本計測方法では、ショックトレインの 2 次元的特徴を直接把握することが可能であるため、上記の問題を回避できる．その結果、ショックトレインの終点を正確に判断可能である．(例えば、図 7.7 から $z/h = 13.2$ と推定)

7.5 ショックトレインの特性

ショックトレインの 2 次元密度場は、ショックトレインの流れ方向および垂直方向の密度勾配値の積分により、得ることが可能である．

上記の方法で得られた等密度線図を図 7.8(a)に示す．図の上部には 0.02 間隔で $\rho/\rho_{os} = 0.4 \sim 0.7$ の範囲のカラーマップで示し、等高線の空間分解能は約 $13\mu\text{m}$ である．下矢印はショックトレインを構成する各衝撃波の位置を示す．流れ方向は左から右である．

この等密度線図は、ショックトレインの様々な重要な特徴を示す．例えば、等密度線図は直管の中心軸上に対してほぼ対称であることが観察できる．ショックトレインの上流領域、ショックトレインの領域、ショックトレインの下流の混合領域、壁面近傍の相互作用領域など、いくつかの異なる領域

が存在することが明確に観察できる。

ショックトレーンの upstream の密度場は、境界層の相対的な厚さが同一であり、その厚さは $\delta/h = 0.175$ である。密度場は、先頭衝撃波直前で影響を受け始め、ショックトレーンの終点に向かって、衝撃波の強度が弱くなることで等高線間は徐々に減少していく。これらより、最も急激な密度勾配は、先頭衝撃波の位置であることが分かる。この結果は、図 7.7 の密度勾配分布の結果と一致する。

また、他の定量的な視覚的表現は、図 7.8(a) の密度場から容易に抽出することが可能である。例えば、図 7.8(b) はシャドーグラフ表示した図である。しかし、このタイプの手法は密度勾配が強い流れ場の調査に適しているが、勾配の緩やかな流れ場の調査には適していない⁽⁴⁾。従って、衝撃波は捉えることは可能であるが、膨張波は捉えることができない。また、従来のシャドーグラフを使用することのもう 1 つの欠点は、図 7.8(a) と異なり、定性的な特徴しか観察できないことである。図 7.8(b) では、ショックトレーンを構成する衝撃波は赤線とそれに続く青線で表示される。境界層厚さの流れ方向の変化は、壁面近傍の赤い領域として明瞭に観察することが可能である。従来のシャドーグラフ法で撮影された衝撃波の画像は、常に暗線とそれに続く明線⁽⁵⁾として表示され、衝撃波による密度場の一般的な形状のみが表示されている。

図 7.8(c) は密度勾配ベクトルの大きさを示し、あらゆる方向の圧縮および膨張の程度が観察可能である。これは、衝撃波の形状、強度および境界層厚さの流れ方向の変化を強調することが可能である。また、先頭衝撃波と第 2 衝撃波間、第 2 衝撃波と第 3 衝撃波間の膨張波の強さの程度を定量的に表示可能である。

ショックトレーンの流れ方向の密度分布を図 7.9 に示す。赤線は直管の中心軸上の密度分布 ($y/h = 0$)、青線は境界層内の密度分布 ($y/h = -0.96$) である。さらに、中心軸上の密度分布の誤差（同一条件下による 10 回の実験結果）を緑線で示す。この誤差は、ショックトレーンの非定常性によって発生するものであると考えられる。

赤線が示す密度の連続的な増加は、ショックトレーンを構成する連続的な衝撃波の存在であることが分かる。この衝撃波の存在による密度変動は、境界線内部の分布 ($y/h = -0.96$) よりも中心軸上 ($y/h = 0$) の分布の方が明らかに大きいことが分かる。 $y/h = -0.96$ の密度分布では、先頭衝撃波を構成する流れ方向に対して前後の衝撃波を捉えている。この密度の緩やかな変化は、斜め衝撃波によるものである。従って、先頭衝撃波は境界層を分離するのに、十分な強さではなく、図 7.3 の壁面における静圧分布は先頭衝撃波近傍の位置で折点を示さなかったといえる。

緑線の誤差分布は、先頭衝撃波直前の upstream 位置まで徐々に増加し、その後、急激に増減する。流れ方向の極大値の位置は、ショックトレーンを構成する各衝撃波の位置と連続する衝撃波間の膨張領域内の最大負圧圧力勾配の位置とそれぞれ一致する。さらに、ショックトレーンの下流の領域では、誤差の値はほぼ一定のままである。

松尾ら⁽³⁾は静圧測定システム（以下、スルーチューブ）によって、ショックトレーン領域の振動特

性を実験的に調査した。その結果、ダクトの中心軸を沿う静圧変動の二乗平均平方根（標準偏差）の分布が波状に変化し、ピーク位置がショックトレーンを構成する各衝撃波の時間的平均位置と一致することを確認した。さらに、先頭衝撃波の位置で極大値が発生し、その次の最大値は第2衝撃波に向かって徐々に減少することを確認した。

これらより、連続する衝撃波間の膨張波によって引き起こされる他のピークを除いて、同様の現象が図 7.9 に示す緑線の誤差分布からも確認可能である。また、ショックトレーンが発生する流れ場は壁面に沿って発達する境界層と衝撃波の相互作用を受けるため、スルーチューブによる連続する衝撃波間の膨張波の振動を捉えることは困難であると考えられる⁽³²⁾。

図 7.10 は、先頭衝撃波直前 ($z/h = 8$)、直後 ($z/h = 9.6$)、ショックトレーン終点 ($z/h = 13.2$) の異なる 3 つの位置における垂直方向の密度分布を示す。

密度分布より、第 4 章で説明した方法を用いて、 $z/h = 8$ の位置における境界層の相対的な厚さを予測し、その結果を水平の黒線で示す。予測値は主流密度の 99% の位置を示しており、容易な分析方法にも関わらず、境界層厚さを正確に捉えることが可能である。

先頭衝撃波直後 ($z/h = 9.6$) の位置での密度分布は、 $z/h = 8$ と比べ、境界層の相対的な厚さははるかに厚いことが分かる。これは、レインボーフィルターを用いたシュリーレン写真の考察と一致している（図 7.2(b) 参照）。

境界層厚さの急激な増加は、先頭衝撃波足元の分離気泡が原因ではないと考えられる。その根拠は、下記の 2 件の文献によるものである。Om and Childs⁽⁵²⁾ による研究では、皮膚摩擦測定とアルコール技術の両方が先頭衝撃波直前のマッハ数 $M_1 = 1.49$ 、境界層の相対的な厚さ $\delta/h = 0.198$ の条件下では、境界層分離を示さないことを確認した。さらに、山根ら⁽⁵³⁾ は、先頭衝撃波直前のマッハ数 $M_1 = 1.7$ 、境界層の相対的な厚さ $\delta/h = 0.4$ の条件下でショックトレーンの数値解析を実施し、先頭衝撃波近傍で小さな分離気泡のみ観察された。

先頭衝撃波直前のマッハ数 $M_1 =$ 約 1.8 (λ 形ショックトレーンのマッハ数の上限) よりも低い場合、境界層に対するマッハ数の増加の影響は、分離領域を縮小するか、分離を遅らせることが考えられる⁽³⁾。

以上より、図 7.10 の密度分布から分離気泡があるかどうかを判断するのは難しいが、現在の実験条件下では分離は起こらないはずである。

図 7.11 は、図 7.3 の壁面における密度分布と図 7.9 の密度分布より推定された 2 つの流れ方向に対して垂直方向のマッハ数分布を示す。ここで、ショックトレーンの直前および直後の静圧はダクト断面全体で一定であることが境界条件である。ショックトレーンの終点での境界層の相対的な厚さは約 0.4 であり、マッハ数から超音速流れであることが分かる。

図 7.12 は、ショックトレーン内の密度場の複雑な流れをより解明するために、密度場の鳥瞰図を示す。図 7.12 では、先頭衝撃波直前の点 a から b 間で弱い衝撃波または圧縮波が形成されていることが

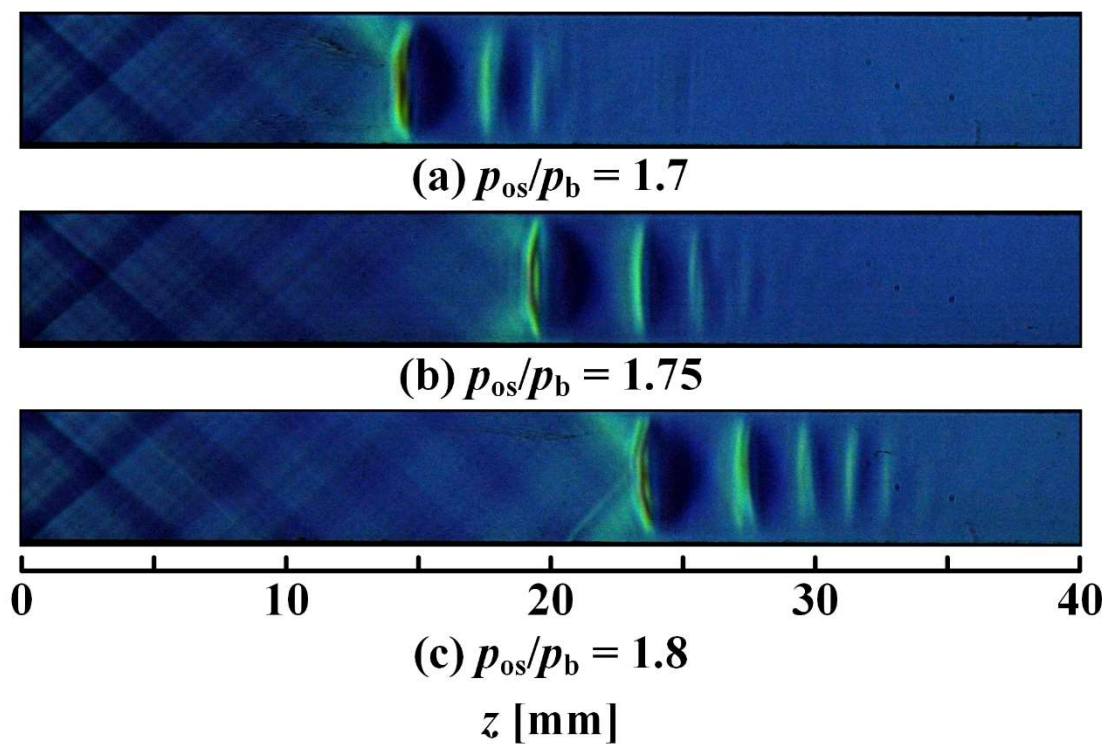
明確に観察できる．また，点 c から d にまたがる衝撃波面は凹面であり，これが弱い衝撃波の原因であることが考えられる．さらに，壁面から主流領域までの垂直方向の密度変化（例えば，点 e と f 間の赤破線）と流れ方向の密度変化（例えば，点 g と h 間の青破線）の両方を定量的に観察できる．

著者が知る限り，この種の詳細で多次元の定量的測定結果は文献にあまり存在しない．そのため，新しく開発させたレインボーシュリーレン法はショックトレーンの微細構造を捉えることが可能であり，非常に効果的な手法であることを証明した．

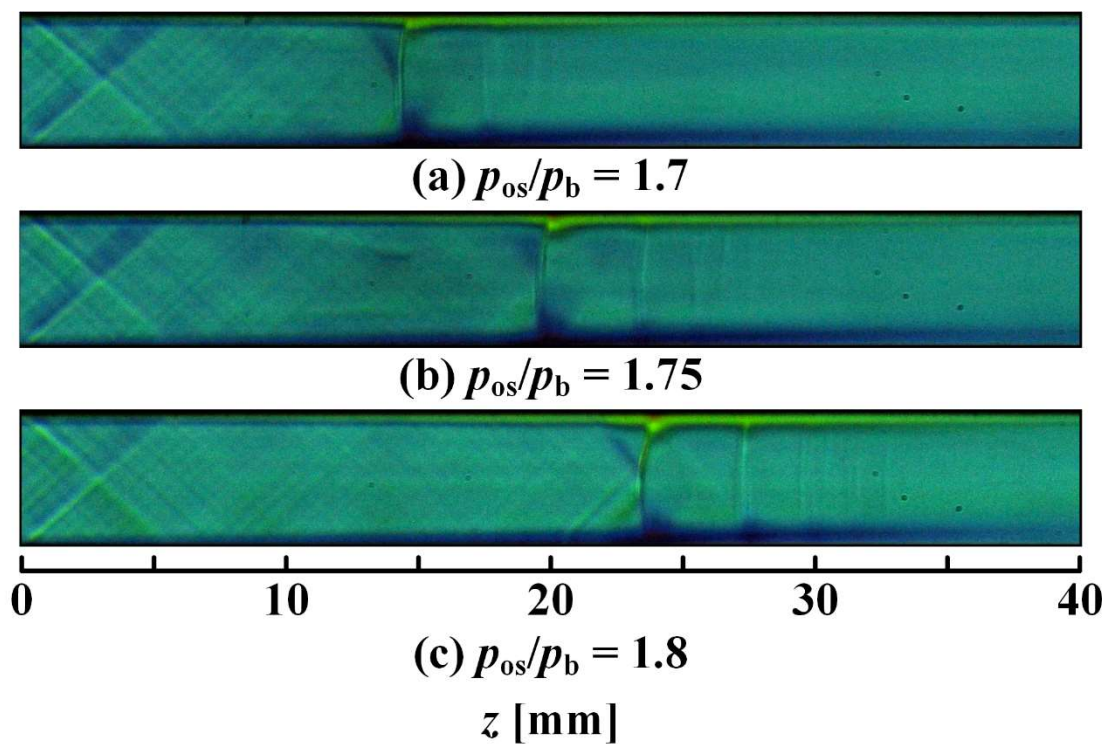
7.6 本章のまとめ

本章では，衝撃波と境界層が相互作用する密度場を再構成するため，レインボーシュリーレン法を使用した新しい測定技術を提案し，断面積が一定の直管内のショックトレーンの詳細構造の解明に初めて適用した．動作条件は次の通りである．ショックトレーンの先頭衝撃波直前のマッハ数 $M_1 = 1.42$ ，境界層の相対的な厚さ $\delta/h = 0.175$ ，単位当たりのレイノルズ数 $Re/m = 2.99 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$ ．以下にその結果について要約する．

- (1) レインボーシュリーレン法を使用した新しい測定技術は，レインボーフィルターの色相の変化方向が流れ方向に対して垂直方向と水平方向に設定し，対応するフィルターの校正曲線を同時に用いることで，密度場を算出する方法である．これにより，ショックトレーン内の密度勾配の複雑な特徴を詳細に捉えることが可能となった．
- (2) 壁面における圧力分布のみを使用して，ショックトレーンを構成する各衝撃波の正確な位置を推定すること不可能である．しかし，本手法であれば，ショックトレーンの流れ方向の密度勾配分布を用いて，直接的に密度勾配が最大値に達する衝撃波の位置を正確に可能となった．さらに，ショックトレーンの正確な終点も同様に確認できた．
- (3) 本手法で得られた密度場は，シャドウグラフや明視野シュリーレンなど，ショックトレーンを構成する各衝撃波の形状や強度および膨張領域の強さを定量的に明らかにするための他の定量的視覚表現を算出することが可能となった．
- (4) 本手法で得られた詳細な定量値は，数値解析や理論的な新しい分析モデルの検証に用いることが可能であると考えられる．
- (5) 新しい計測技術は，時間的平均流れの他にも非定常密度測定に応用することが可能である．



(A) Vertical rainbow filter



(B) Horizontal rainbow filter

図 7.1 実験写真

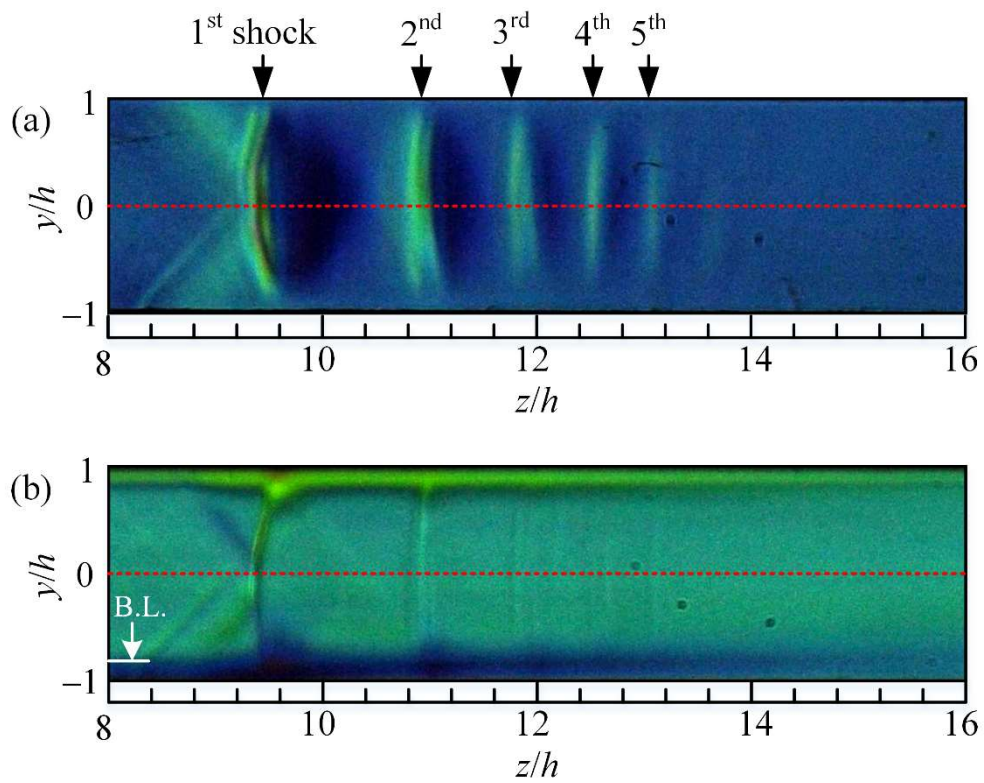


図 7.2 $p_{os}/p_b = 1.8$ におけるショックトレイン領域の実験写真

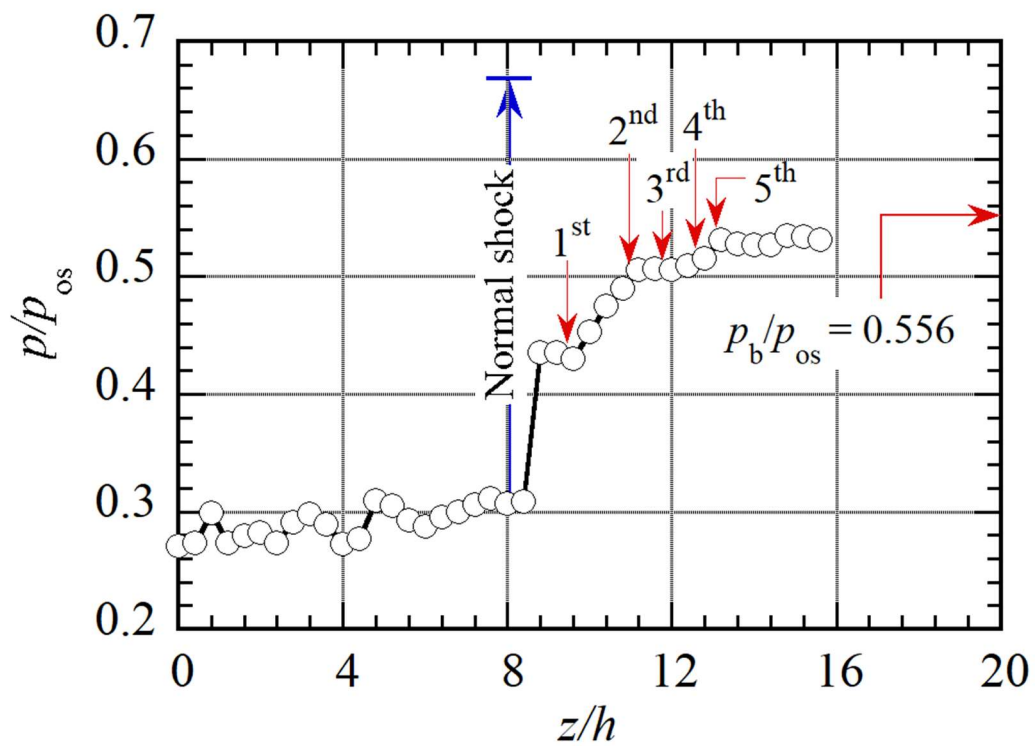


図 7.3 $p_{os}/p_b = 1.8$ における流れ方向の壁面静圧分布

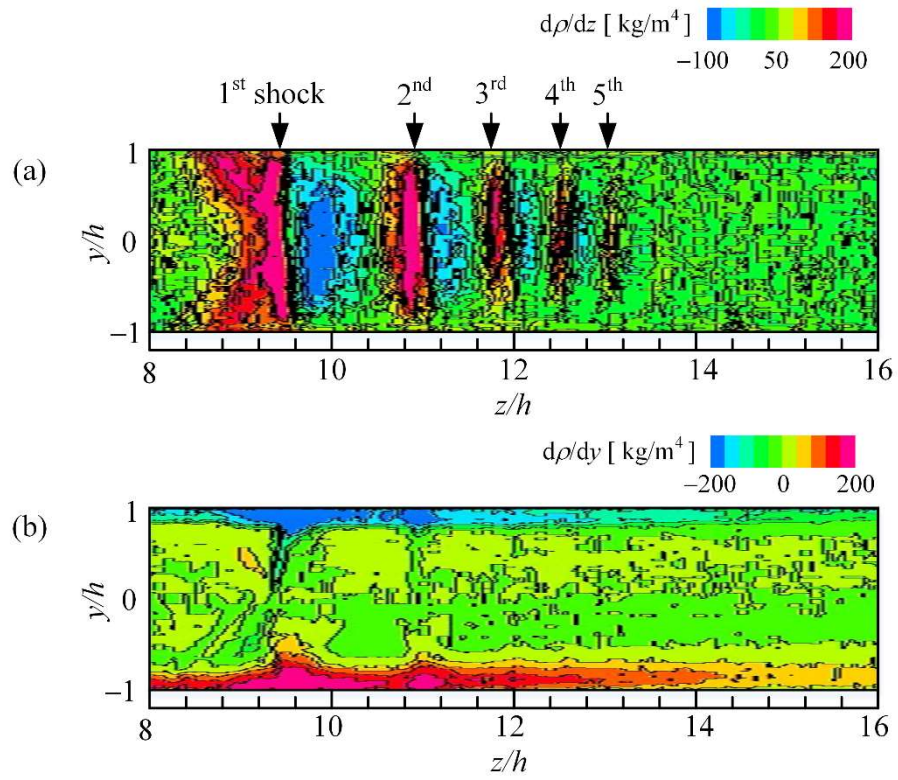


図 7.4 $p_{os}/p_b = 1.8$ における等密度勾配線図

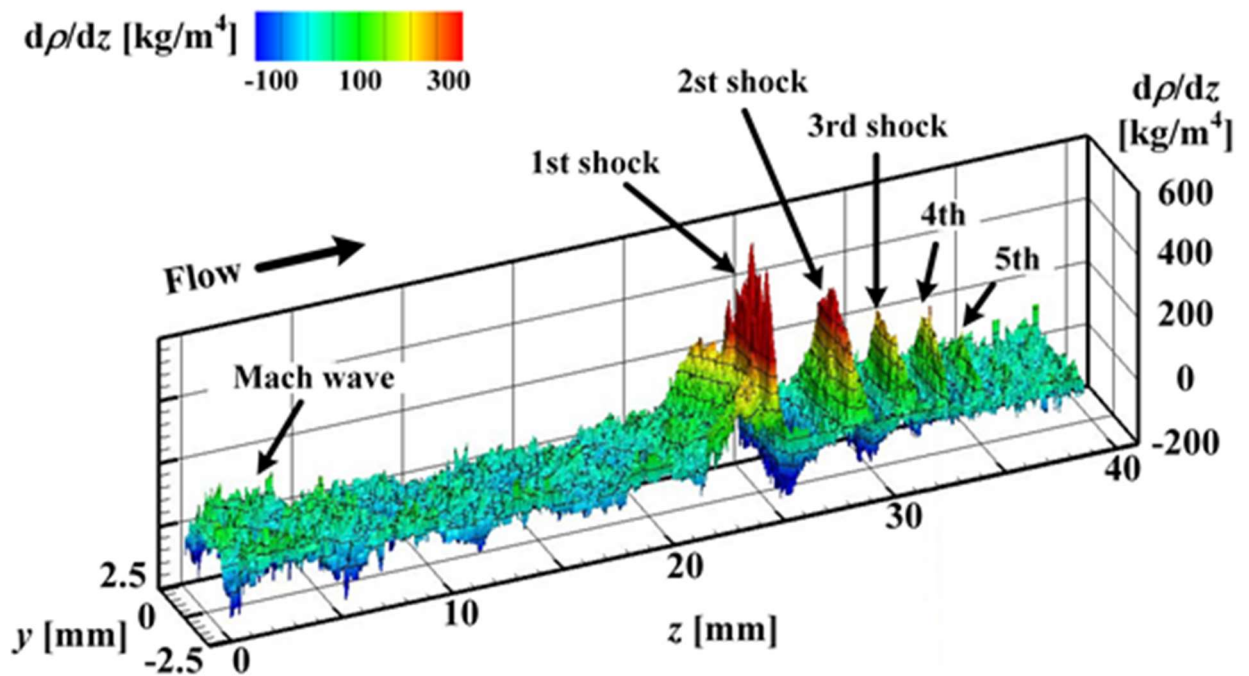


図 7.5 $p_{os}/p_b = 1.8$ における流れ方向の等密度勾配鳥瞰図

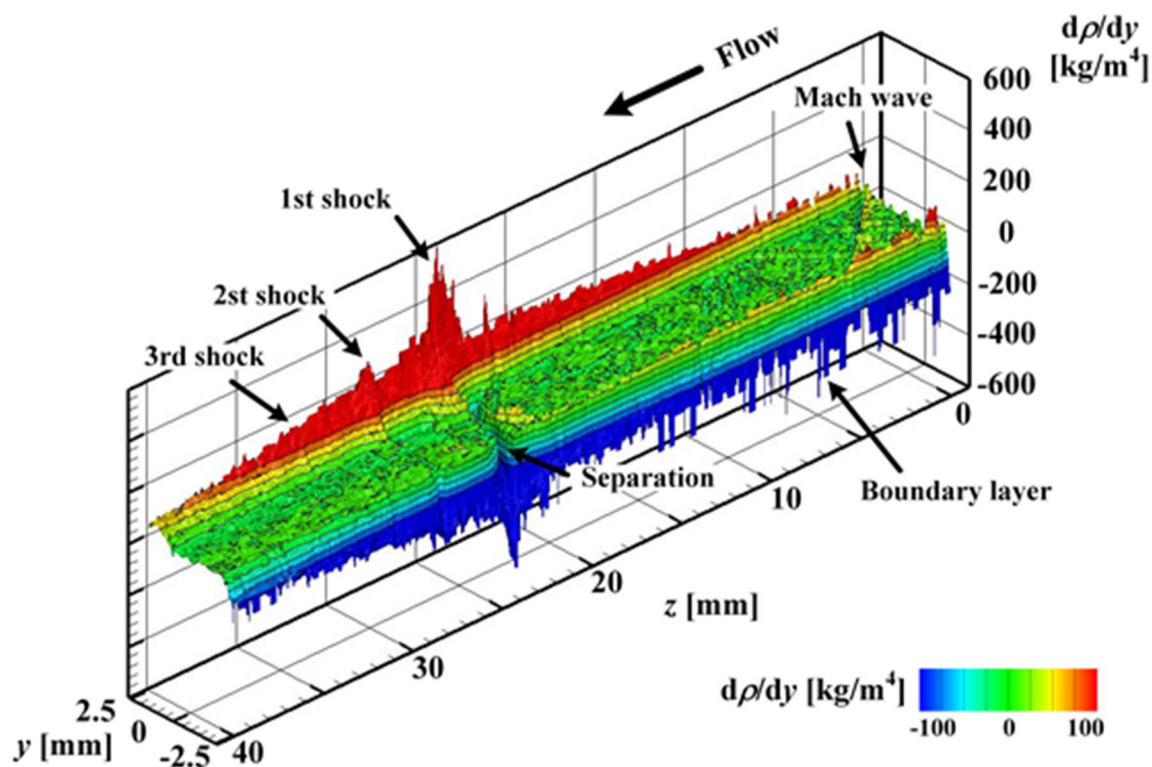


図 7.6 $p_{os}/p_b = 1.8$ における垂直方向の等密度勾配鳥瞰図

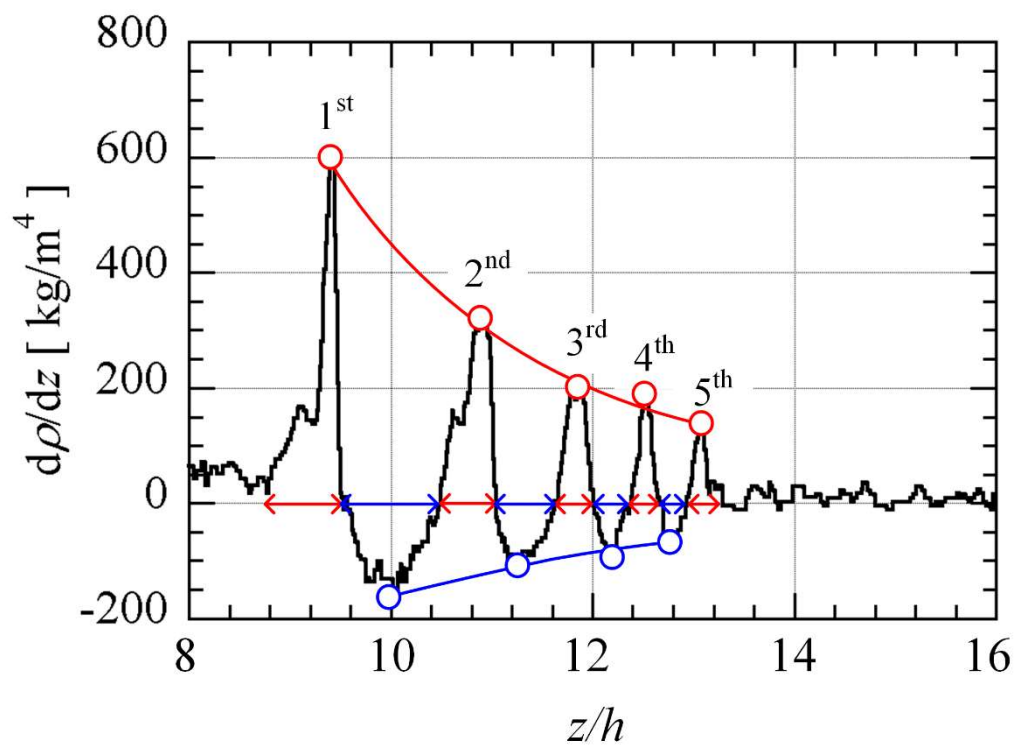


図 7.7 $p_{os}/p_b = 1.8$ における中心軸上を沿うショックトレーンの流れ方向の密度勾配分布

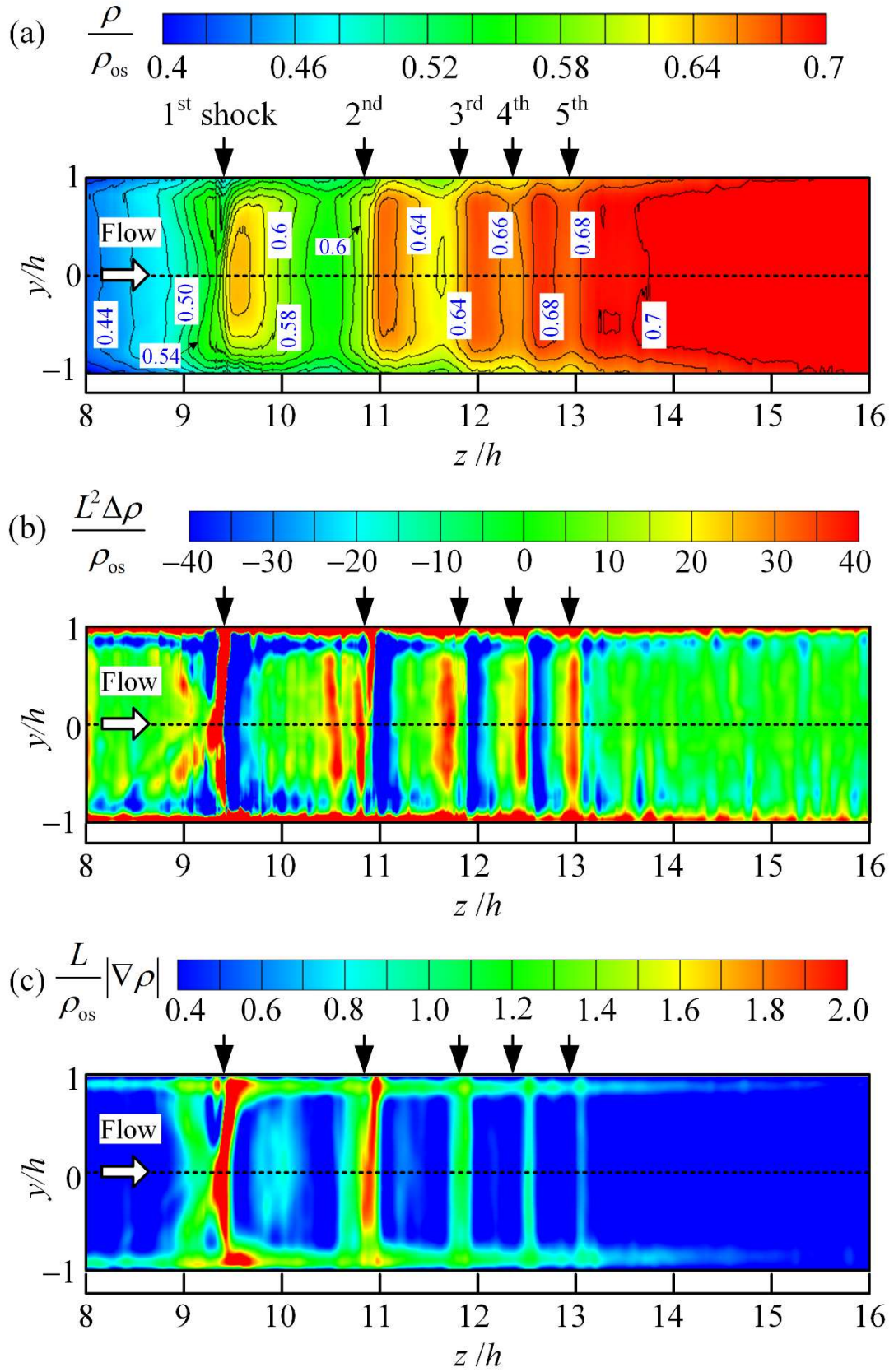


図 7.8 ショックトレーンの密度場の様々な定量的可視化結果

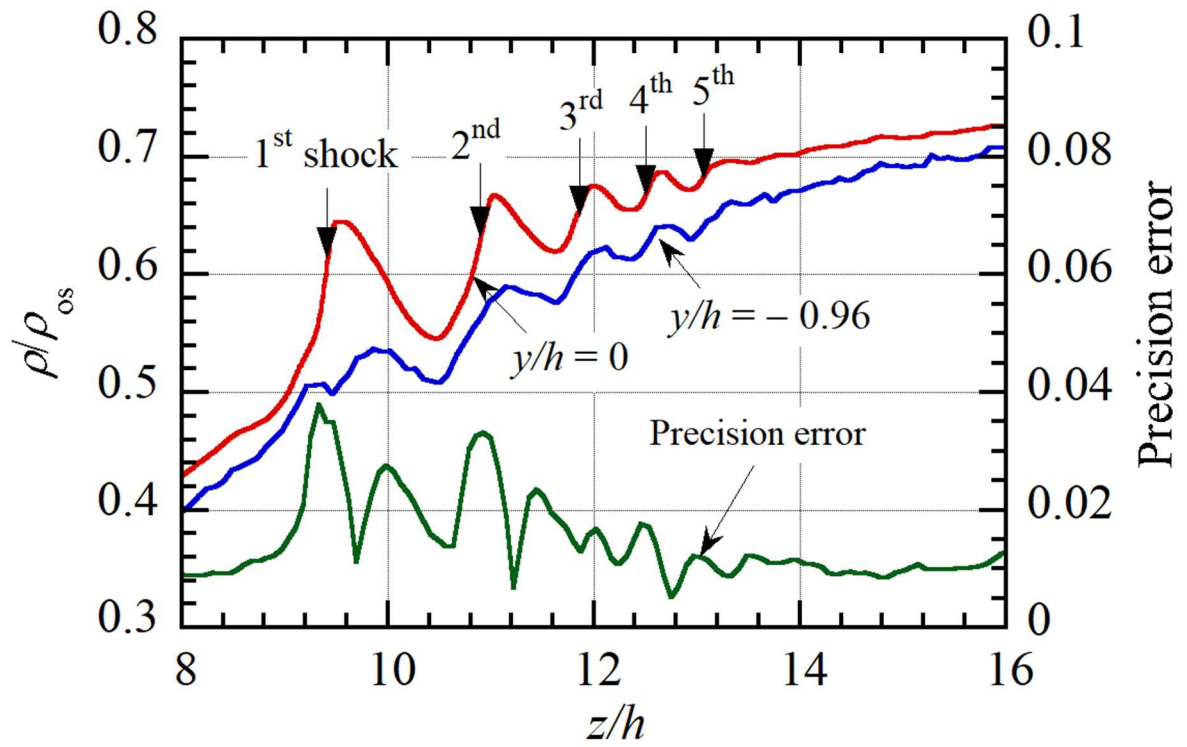


図 7.9 $p_{os}/p_b = 1.8$ における中心軸上を沿うショックトレーンの流れ方向の密度分布

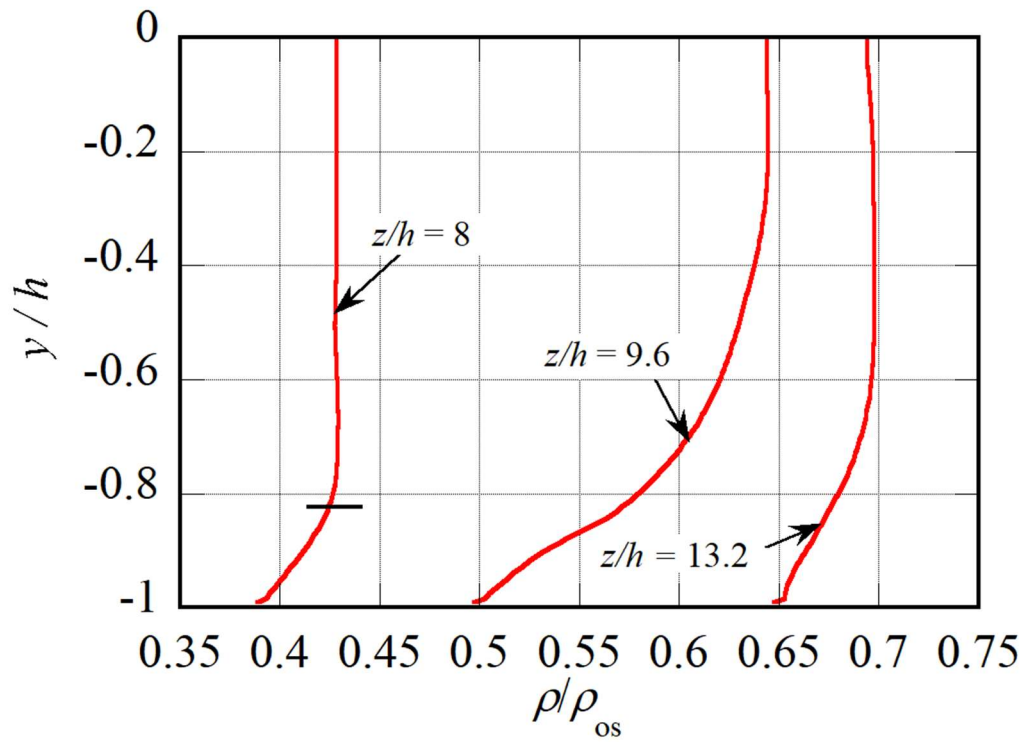


図 7.10 異なる 3 つの位置における垂直方向の密度分布

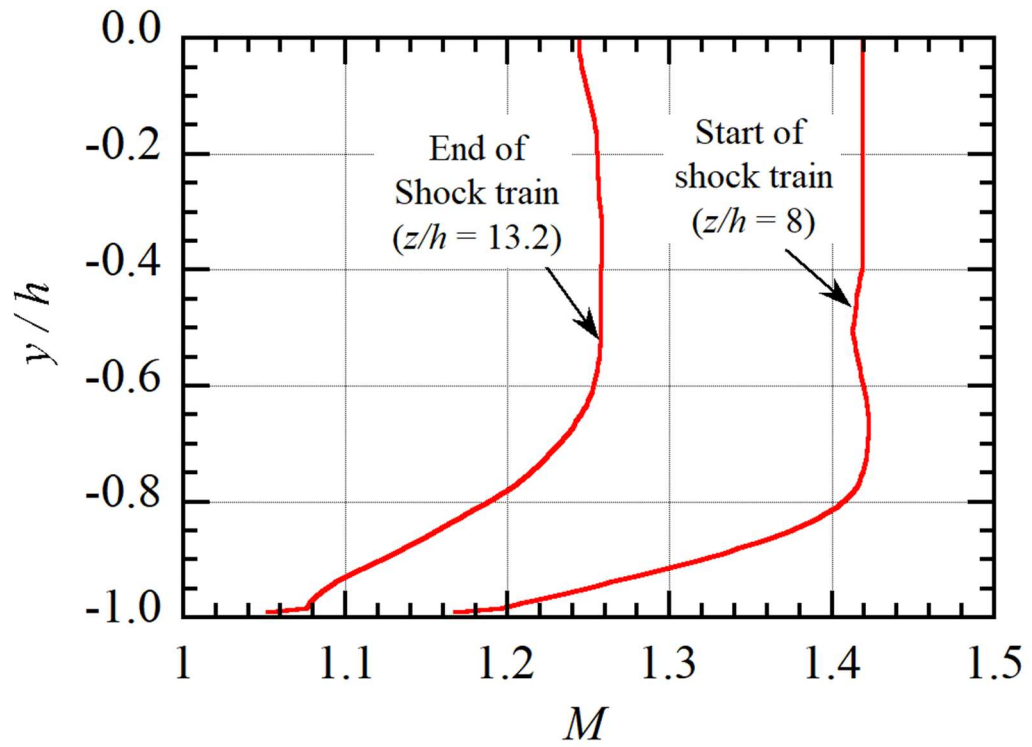


図 7.11 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における流れ方向に対して垂直方向のマッハ数分布

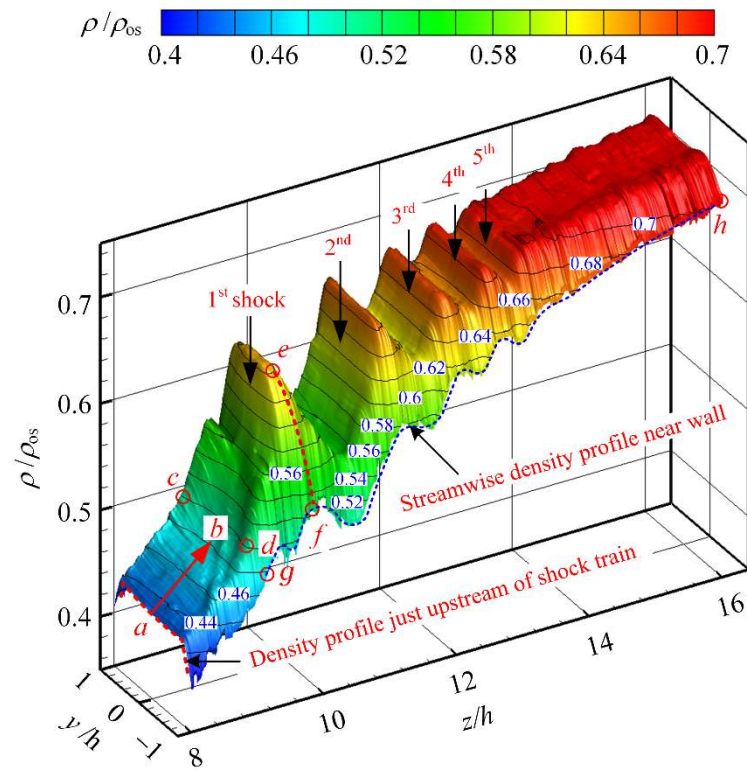


図 7.12 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における等密度勾配鳥瞰図

第8章 ショックトレーンの非定常特性

本章では、ショックトレーンの非定常特性を定性的かつ定量的に可視化観察するために、第3章に記述したマッハ・ツェンダー法を用いた実験について述べる。高速度マッハ・ツェンダー法で得られた結果を第7章で記述したレインボーシュリーレン法から得られた結果と比較を行い、ショックトレーンの内部構造について考察する。また、非定常特性については、パワースペクトル密度分布を用いて考察した。以下にその結果について報告する。

8.1 流れ場の可視化⁽⁴⁶⁾

図8.1では無限干渉縞法における実験写真、図8.2では有限干渉縞法における実験写真をそれぞれ示す。それぞれ集合洞の圧力 p_{os} と背圧 p_b （大気圧）の比 $p_{os}/p_b=1.7, 1.75, 1.8$ の場合であり、いずれの写真も流れ方向は左から右である。

図8.1 (a)～(c)では、密度の等しい箇所が干渉縞となって観察されるため、マッハ波の形状や圧縮領域及び膨張領域が容易に観察できる。圧力比が最も低い $p_{os}/p_b=1.7$ の場合における図8.1 (a)では、図7.1 (A)のレインボーシュリーレン法の実験写真と同様に先頭衝撃波は、 $z=14\text{ mm}$ の位置に発生する。先頭衝撃波の形状は、流路中央部の垂直衝撃波と壁面付近で前枝衝撃波と後枝衝撃波からなる、いわゆる λ 型衝撃波であることが分かる。先頭衝撃波の下流には、 $z=17.5\text{ mm}$ に第2衝撃波を観察することができ、全体で2本の衝撃波から構成されるショックトレーンになる。

この状態からさらに、圧力比を $p_{os}/p_b=1.75$ まで増加した場合、ショックトレーンの前頭衝撃波の位置が $z=19\text{ mm}$ まで移動し、それと同時にショックトレーンを形成する衝撃波の数と隣り合う衝撃波間の間隔が増加する。先頭衝撃波の下流には、 $z=22\text{ mm}$ に第2衝撃波を観察できる。

圧力比が $p_{os}/p_b=1.8$ の場合、ショックトレーンの前頭衝撃波の位置が $z=24\text{ mm}$ まで移動し、先頭衝撃波の下流には、 $z=27\text{ mm}$, $z=29\text{ mm}$, $z=31\text{ mm}$ に第2衝撃波と第4衝撃波を観察することができ、全体で4本の衝撃波から構成されるショックトレーンになる。

図8.2 (a)では、 $z=14\text{ mm}$ の位置において平行で一様であった干渉縞が波打つように変化している様子が観察できる。これは、この位置で密度変化が発生していることを示しており、図7.1 (A)及び図8.1 (a)のように先頭衝撃波が生じていることが分かる。また、先頭衝撃波上流では、ほとんど干渉縞の変動していないことが分かる。さらに、先頭衝撃波下流の上下壁付近において干渉縞が流れ方向に、屈折した領域が観察でき、この位置は図7.1 (B)と照らし合わせると、境界層領域であることが分かる。

図8.2 (b)(c)では、図8.2 (a)と同様に干渉縞が波打つように変化していることが分かり、この位置に先頭衝撃波が発生していることが観察できる。

しかし、定性的にショックトレーンを構成する各衝撃波の形状や境界層や圧縮領域や膨張領域を観察した場合、図8.1 (a)～(c)及び図8.2 (a)～(c)のマッハ・ツェンダー法で得られた実験写真は図7.1 (A)

及び図 7.1 (B)のレインボーシュリーレン法で得られた実験写真と比べて明瞭に観察できないことが分かる．これより，定性的に物理現象を捉えるには，レインボーシュリーレン法の方がマッハ・ツェンダー法に比べ，優れている．

8.2 干渉縞移動量変動の RMS 値

図 8.2 (c)で示した実験写真（1 万枚）の時系列データを用いて算出した干渉縞の移動量変動の RMS（根二乗平均）線図および中心軸上を沿う流れ方向の RMS 分布を図 8.3 に示す．流れ方向は左から右である．

図 8.3 の干渉縞の移動量変動の RMS 線図では，ショックトレイン領域より上流はほとんど振動していないことが分かる．また，干渉縞の変動は各衝撃波，膨張領域および下流の境界層で顕著に見られ，ショックトレインを構成する各衝撃波の数が多いほど，先頭衝撃波および下流の境界層の干渉縞の変動は小さく，膨張領域および第 2 衝撃波の干渉縞の変動が大きいことが分かる．

中心軸上を沿う流れ方向の RMS 分布では，干渉縞の変動は各衝撃波，膨張領域および下流の境界層で激しく振動していることが分かる．また，ショックトレインを構成する各衝撃波より，干渉縞変動は下流に向かうにつれて減少していることが分かる．

図 8.4 は，干渉縞の変動量変動を図 8.3 より明瞭に観察するために， $p_{os}/p_b = 1.8$ における干渉縞の移動量変動の等 RMS 鳥瞰図をそれぞれ示す．これより，ショックトレイン領域より上流はほとんど振動せず，ショックトレインを構成する各衝撃波，膨張領域および下流の境界層で激しく干渉縞が変動していることが図 8.3 より視覚的に観察できる．

8.3 レインボーシュリーレン法から得られた定量値との比較

ショックトレインの 2 次元密度場は，第 4 章で説明した縞の移動量から得ることが可能である．

上記の方法で得られた等密度線図を図 8.5(a)に示す．図の上部には， $\rho/\rho_{os} = 0.4 \sim 0.7$ の範囲のカラーマップで示し，等高線の空間分解能は約 $41\mu\text{m}$ である．下矢印はショックトレインを構成する各衝撃波の位置を示す．流れ方向は左から右である．

この等密度線図は，図 7.8(a)のレインボーシュリーレン法から得た等密度線図と同様，ショックトレインの様々な重要な特徴を示す．例えば，等密度線図は直管の中心軸上に対してほぼ対称であることが観察できる．ショックトレインの上流領域，ショックトレインの領域，ショックトレインの下流の混合領域，壁面近傍の相互作用領域など，いくつかの異なる領域が存在することが明確に観察できる．

密度場は，先頭衝撃波直前で影響を受け始め，ショックトレインの終点に向かって，衝撃波の強度が弱くなることで等高線間は徐々に減少していく．これらより，最も急激な密度勾配は，先頭衝撃波の位置であることが分かる．この結果は，図 7.7 の密度勾配線図および図 7.8(a)の等密度線図の結果と一致する．

図 8.5(b)は密度勾配ベクトルの大きさを示し、あらゆる方向の圧縮および膨張の程度が観察可能である。これは、図 7.8(c)のレインボーシュリーレン法の結果から衝撃波の形状、強度および境界層厚さの流れ方向の変化を強調することが可能であることが分かった。しかし、マッハ・ツェンダー法から得られた結果では、先頭衝撃波は捉えているものの、レインボーシュリーレン法の結果と比べ、斜め衝撃波、第 2 衝撃波以降の衝撃波、境界層厚さの流れ方向の変化を明確に捉えていない。この結果より、マッハ・ツェンダー法は斜め衝撃波などの密度勾配の変化が小さい箇所では、その現象を捉えにくい可能性がある。

図 8.6 は、 $y/h=0$ におけるショックトレーンの流れ方向の密度分布を示す。赤線はレインボーシュリーレン法から得られた密度分布、青線はマッハ・ツェンダー法から得られた密度分布を示す。下矢印は、ショックトレーンの各衝撃波の流れ方向の位置を示す。流れ方向は左から右である。

青線が示すマッハ・ツェンダー法の密度分布は、先頭衝撃波の前後でスパイク状に上昇と下降をした後、第 2 衝撃波で再び急激に上昇した後は、ゆるやかに増減を繰り返しながら下流に向かって増加する。この密度値の増減の位置は、赤線が示すレインボーシュリーレン法と一致している。その増減の程度は、先頭衝撃波の位置で密度値の差は 1% であり、一致している。また、先頭衝撃波以降の両手法の密度分布の差は存在するものの、10% 程度であるため、ほとんど一致していると考えられる。しかし、レインボーシュリーレン法の密度分布は、各衝撃波の位置による密度値の増減が流れ方向に 5 つ存在するのに対し、マッハ・ツェンダー法では 3 つしかない。

この結果より、図 8.5 の等密度線図および明視野シュリーレンの結果と同様、マッハ・ツェンダー法は、先頭衝撃波のような密度勾配の大きい現象は正確に捉えることが可能だが、第 4 衝撃波、第 5 衝撃波などの密度勾配の小さい現象を捉えにくい可能性がある。

図 8.7 は、 $y/h = -0.96$ におけるショックトレーンの境界層内の流れ方向の密度分布を示す。赤線はレインボーシュリーレン法から得られた密度分布、青線はマッハ・ツェンダー法から得られた密度分布を示す。下矢印は、ショックトレーンの各衝撃波の流れ方向の位置を示す。流れ方向は左から右である。

両手法の密度値の差は、15% 以内であることが分かり、流れ方向の密度変化は同じ傾向を示す。また、衝撃波の存在による密度変動は、境界線内部の分布 ($y/h = -0.96$) よりも中心軸上 ($y/h = 0$) の分布の方が明らかに大きいことが分かる (図 8.6 参照)。レインボーシュリーレン法の密度分布では、斜め衝撃波による緩やかな変化が存在するのに対し、マッハ・ツェンダー法では、斜め衝撃波による密度変化をほとんど捉えていない。この結果は、図 8.5 の結果と同様である。さらに、各衝撃波における位置でのわずかの密度値の増減を捉えていないことも分かる。

図 8.8 は、 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における各位置の垂直方向の密度分布のレインボーシュリーレン法とマッハ・ツェンダー法の比較を示す。(a)~(h)はそれぞれ $z/h = 8, 9.6, 10.4, 11.2, 11.6, 12, 12.8, 13.6$ を示す。赤線はレインボーシュリーレン法から得られた密度分布、青線はマッハ・ツェンダー法から得られた

密度分布を示す.

各位置の垂直方向の密度比分布では, 流路の中心軸上から壁面に向かって密度値が垂直方向にほぼ一定の領域を主流領域, 変曲点から壁面に向かって密度比値が急激に減少している領域を境界層領域と観察できる. ショックトレイン領域の直前である $z/h = 8$ のレインボーシュリーレン法の密度分布はマッハ・ツェンダー法の密度分布に比べて, 壁面に向かうにつれて急激に密度値が減少していること, 壁面からの変曲点高さが高いことから境界層厚さに違いが生じていることが分かる.

図 8.9 は, ショックトレイン内の密度場の複雑な流れをより解明するために, 密度場の鳥瞰図を示す. 先頭衝撃波直前の点 a から b 間で圧縮波が形成されていることが明確に観察できる. また, 点 c から d にまたがる衝撃波面はわずかだが凹面であり, これが弱い衝撃波の原因であることが考えられる. らに, 壁面から主流領域までの垂直方向の密度変化 (例えば, 点 e と f 間の赤破線) と流れ方向の密度変化 (例えば, 点 g と h 間の青破線) の両方を定量的に観察できる. この結果は, 図 7.12 のレインボーシュリーレン法から得られた密度の鳥瞰図と一致する.

図 8.5 から図 8.9 の結果より, ショックトレインの時間的平均流れにおける詳細構造の調査方法については, レインボーシュリーレン法の方がマッハ・ツェンダー法に比べて優れていると考えられる. しかし, これは現状の結果である. マッハ・ツェンダー法の測定技術には, 改善点がいくつかあると考えられる. 例えば, 空間分解能である. レインボーシュリーレン法はマッハ・ツェンダー法の 3 倍以上分解能が高いため, 微細な変化まで正確に捉えることができる. また, マッハ・ツェンダー法は, 本手法のように, 高速度カメラと組み合わせることにより, ショックトレインの非定常特性を捉えることが可能である. そのため, 第 6 章で説明したような非定常流れの特性を把握するには, マッハ・ツェンダー法は有効な手法であるといえる.

8.4 レーザースシュリーレン写真

図 8.10 では第 3 章で説明したシュリーレン法を用いてショックトレインを含む流れ場を可視化した写真を示す. 図 8.10 (a) ~ (c)それぞれ集合洞の圧力 p_{os} と背圧 p_b (大気圧) の比 $p_{os}/p_b = 1.7, 1.75, 1.8$ の場合であり, いずれの写真も流れ方向は左から右である.

圧力比が最も低い $p_{os}/p_b = 1.7$ の場合における図 8.10 (a)では, 図 7.1 (A)のレインボーシュリーレン法の実験写真、図 8.1 (a)の等密度干渉縞法の実験写真及び図 8.2 (a)の平行干渉縞法の実験写真と同様に先頭衝撃波は, 約 $z = 14 \text{ mm}$ の位置に発生する.

この状態からさらに, 圧力比を $p_{os}/p_b = 1.75$ まで増加した場合, ショックトレインの先頭衝撃波の位置が約 $z = 19 \text{ mm}$ まで移動し, それと同時にショックトレインを形成する衝撃波の数と隣り合う衝撃波間の間隔が増加する. 先頭衝撃波の下流には, 約 $z = 22 \text{ mm}$ に第 2 衝撃波を観察できる.

圧力比が $p_{os}/p_b = 1.8$ の場合, ショックトレインの先頭衝撃波の位置が約 $z = 24 \text{ mm}$ まで移動し, 先頭衝撃波の下流には, 約 $z = 27 \text{ mm}$ に第 2 衝撃波を観察できる.

8.5 衝撃波の発生位置におけるパワースペクトル密度分布⁽⁴⁶⁾

図 8.11 から図 8.13 は密度変動をスペクトル解析し、PSD（パワースペクトル密度）分布に表した図を示す。図 8.11 から図 8.13 は、それぞれ集合洞の圧力 p_{os} と背圧 p_b （大気圧）の比 $p_{os}/p_b = 1.7, 1.75, 1.8$ の場合であり、実験写真の各位置（A～C）に対応した PSD 分布を示す。

図 8.11 では A の位置は先頭衝撃波、B の位置は第 2 衝撃波、C の位置はショックトレイン領域の下流を示す。A～C の結果より支配周波数は約 10 [Hz]～120[Hz]の低周波であることが分かる。また、約 10 [Hz]でピーク周波数を持ち、先頭衝撃波の PSD 値が最も高いことが観察でき、下流向かうにつれて PSD 値が低くなることが分かる。

図 8.12 では A の位置は先頭衝撃波、B の位置は第 2 衝撃波、C の位置は第 3 衝撃波を示す。A～C の結果より、支配周波数は図 8.11 と同様に約 10 [Hz]～120[Hz]の低周波であることが分かる。また、約 10 [Hz]でピーク周波数を持ち、先頭衝撃波の PSD 値が最も高いことが観察でき、下流に向かうにつれて PSD 値が低くなることが分かる。

図 8.13 では A の位置は先頭衝撃波、B の位置は第 2 衝撃波、C の位置は第 3 衝撃波を示す。A～C の結果より、支配周波数は図 8.11 及び図 8.12 より低周波となる約 10 [Hz]～80[Hz]であることが分かる。また、約 10 [Hz]でピーク周波数を持ち、先頭衝撃波及び第 2 衝撃波の PSD 値が最も高いことが観察できる。

これらの結果は、壁面静圧測定から得られた過去の研究結果とほぼ同じである⁽¹⁵²⁾。

図 8.14 では図 8.10 のシュリーレン写真を解析して得られた PSD 分布を示す。図 8.14 (a)～(c)それぞれ集合洞の圧力 p_{os} と背圧 p_b （大気圧）の比 $p_{os}/p_b = 1.7, 1.75, 1.8$ の場合の先頭衝撃波における PSD 分布を示す。各圧力比の支配周波数は約 100 [Hz]以下と低周波であり、図 8.11 から図 8.13 で示したマッハ・ツェンダー法の平行干渉縞法から得られた PSD 分布と定量的に一致を示す。

以上より、マッハ・ツェンダー法は、ショックトレインの非定常特性を捉えるために、非常に有効な手法であることを確認した。

8.6 本章のまとめ

本章では、ショックトレインの非定常特性を調べるために、高速度マッハ・ツェンダー法を用いた。以下にその結果について要約する。

- (1) 無限干渉縞法及び有限干渉縞法の実験写真では定性的、等密度線図及び等密度鳥瞰図では定量的にショックトレインを構成する各衝撃波、マッハ波、境界層の形状を観察することができた。
- (2) 管の中心軸上に沿う密度の流れ方向の変化では、衝撃波の位置を容易に観察することができ、密度値は先頭衝撃波前後でスパイク状に上昇と下降した後、ゆるやかに増減を繰り返しつつ下流に向か

って増加することが分かった。

- (3) 縞の変動を示す RMS 値では、ショックトレイン上流は縞の変動はほとんどなく、ショックトレインを構成する各衝撃波、膨張領域、下流の境界層の縞の変動が顕著に観察できた。
- (4) 第 7 章で示したレインボーシュリーレン法とマッハ・ツェンダー法の管の中心軸上の密度分布の比較では、ショックトレインの上流領域、ショックトレイン領域、下流領域で定量的な一致を示した。また、流れ方向と垂直方向の密度分布では流れ方向のほとんどの位置で定量的な一致を示したが、先頭衝撃波直前から膨張領域の位置で差異が生じた。今後、上記の原因を追究していく必要がある。
- (5) 平行干渉縞法及びシュリーレン法から得られた PSD (パワースペクトル密度) 分布では、支配周波数は約 10 [Hz]から 120 [Hz]であることが分かり、先頭衝撃波の位置にピーク値となることが観察できた。また、両手法の結果は定量的な一致を示した。

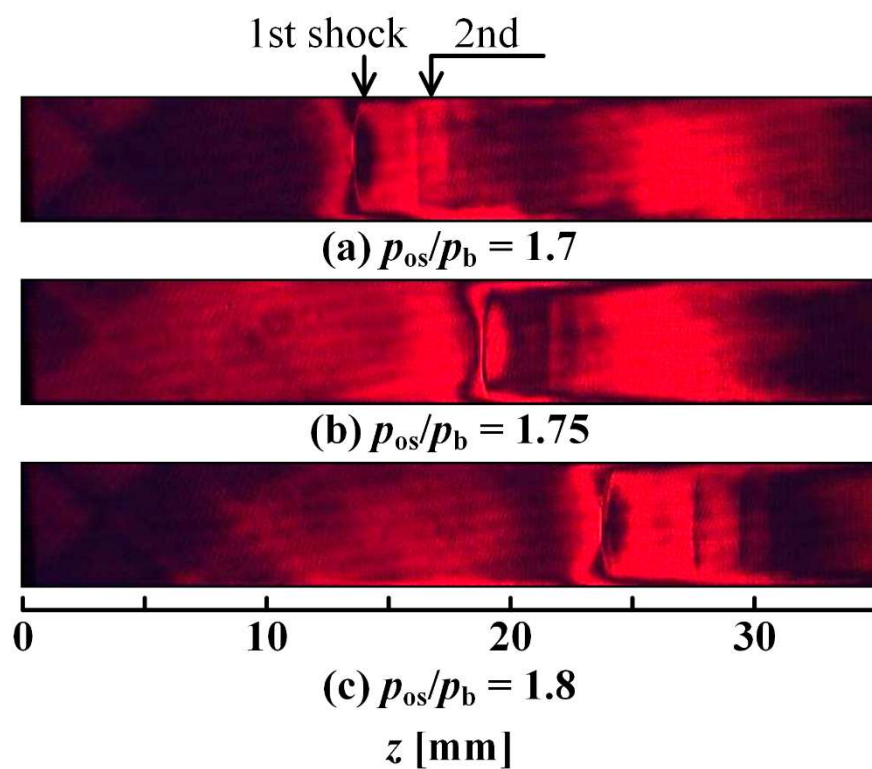


図 8.1 無限干渉縞法による干渉縞写真

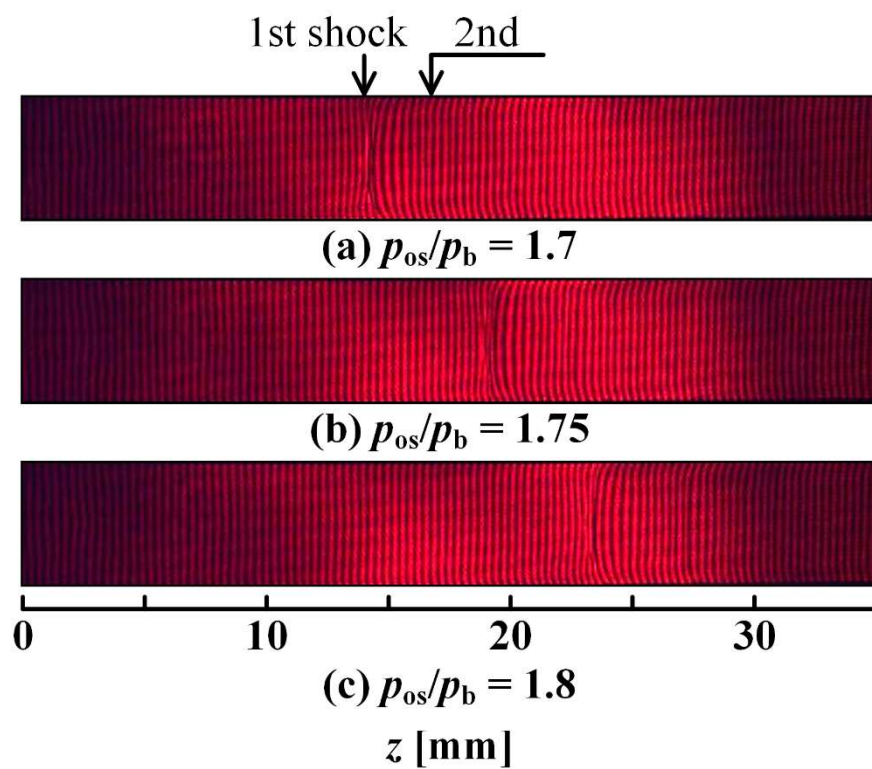


図 8.2 有限干渉縞法による干渉縞写真

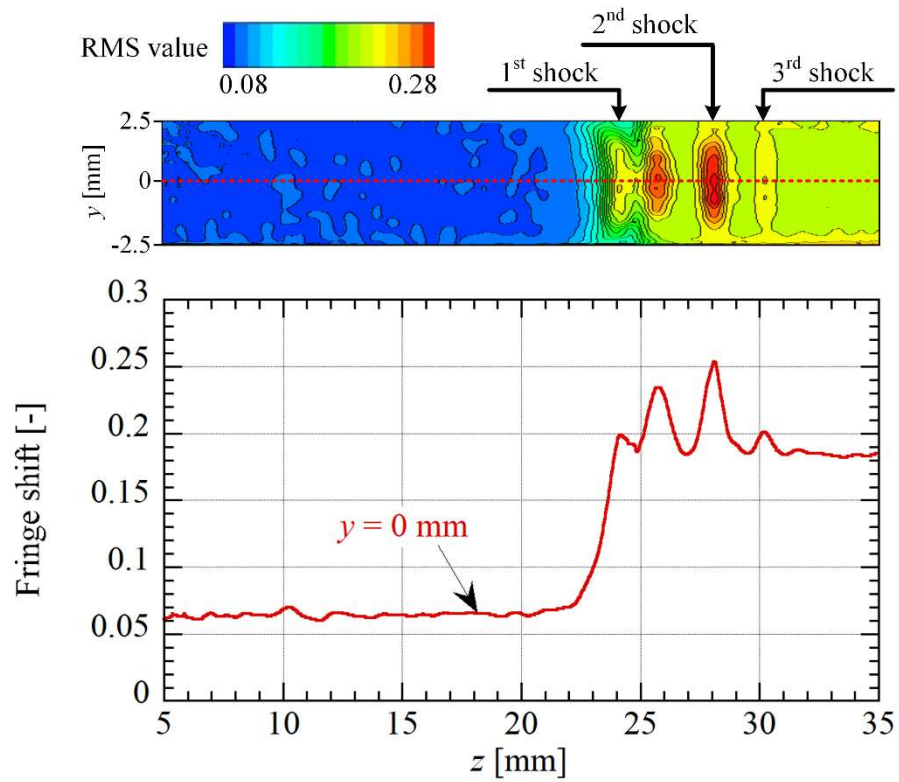


図 8.3 干渉縞移動量変動の RMS 値

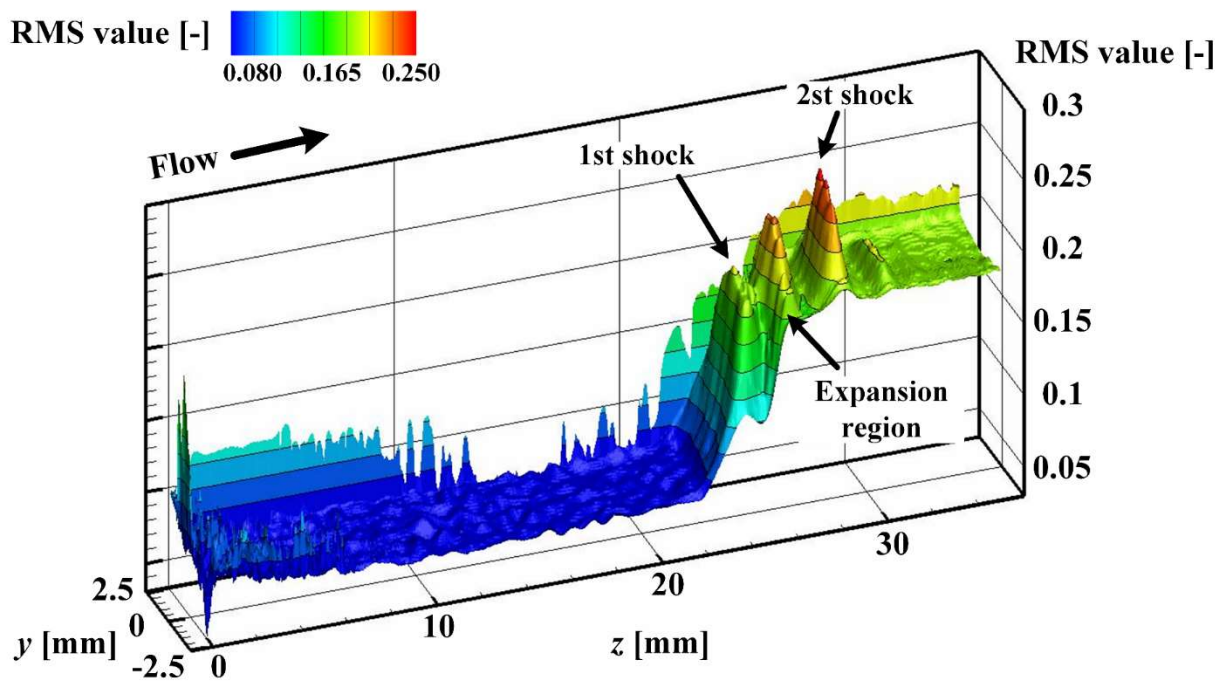


図 8.4 $p_{0s}/p_{0b} = 1.8$ における干渉縞移動量変動の RMS 鳥瞰図

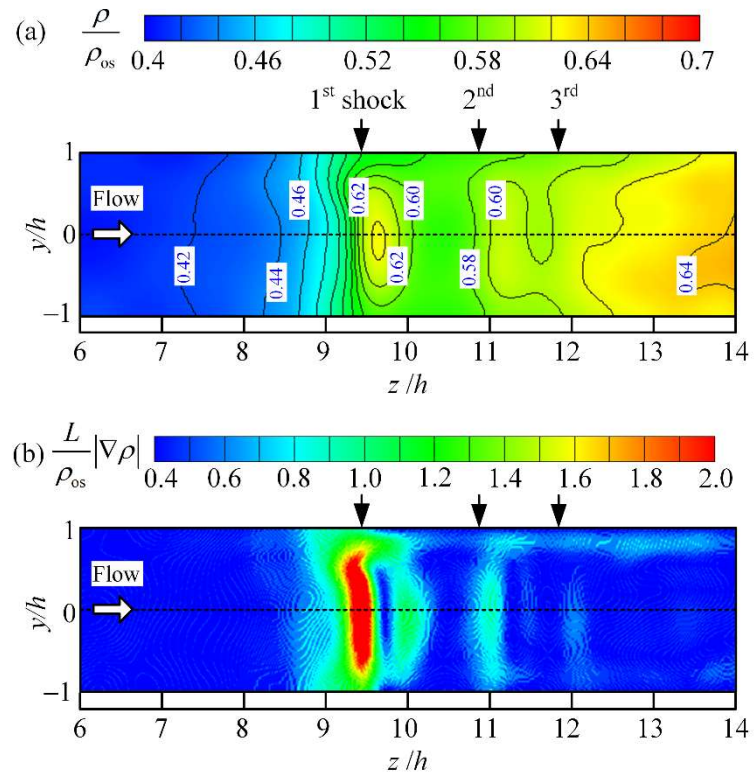


図 8.5 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における流れ方向の等密度線図および明視野シュリーレン

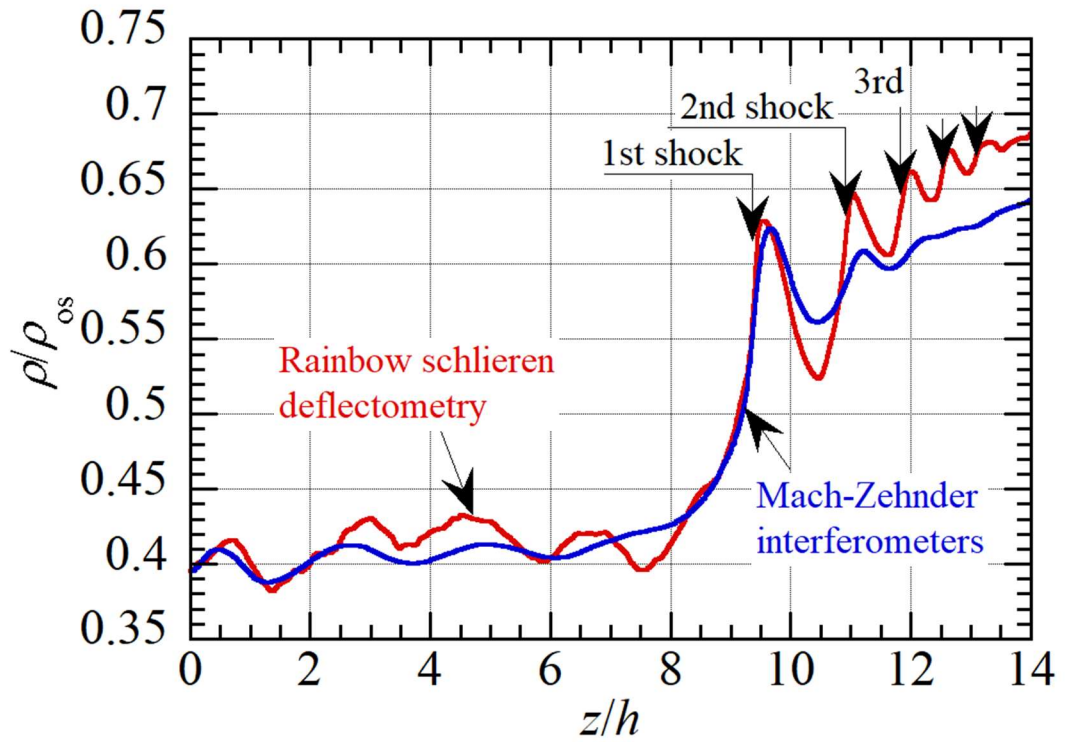


図 8.6 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における中心軸上を沿う流れ方向の密度分布の比較 ($y/h = 0$)

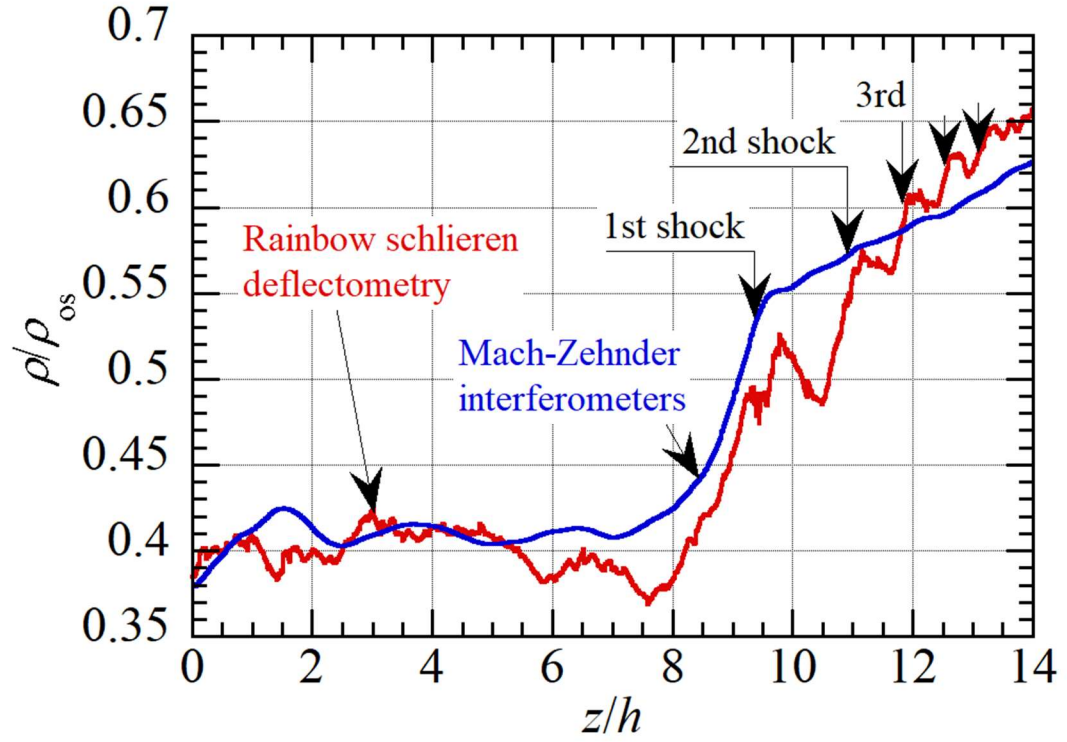
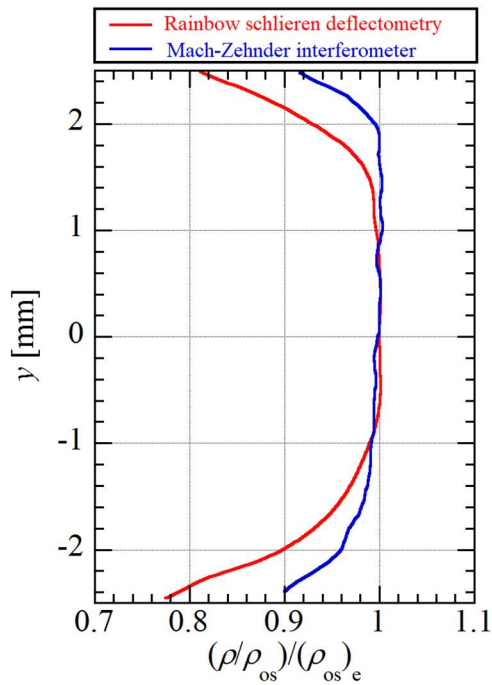
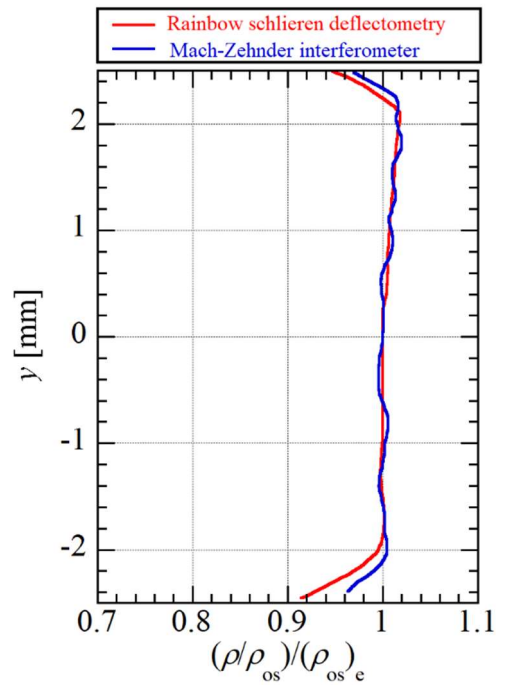


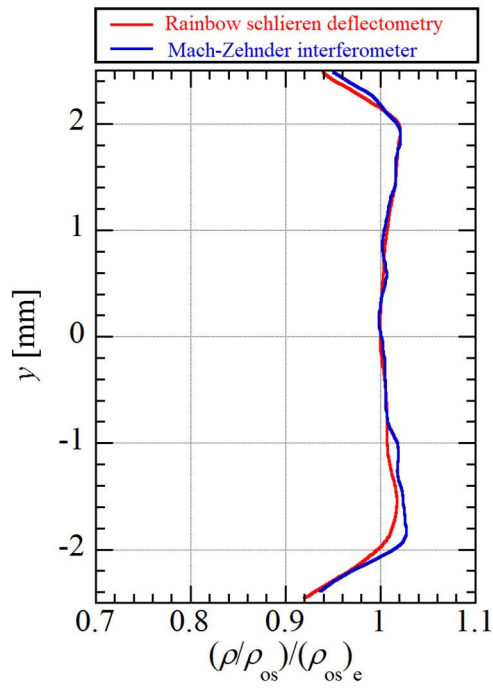
図 8.7 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における中心軸上を沿う流れ方向の密度分布の比較 ($y/h = -0.96$)



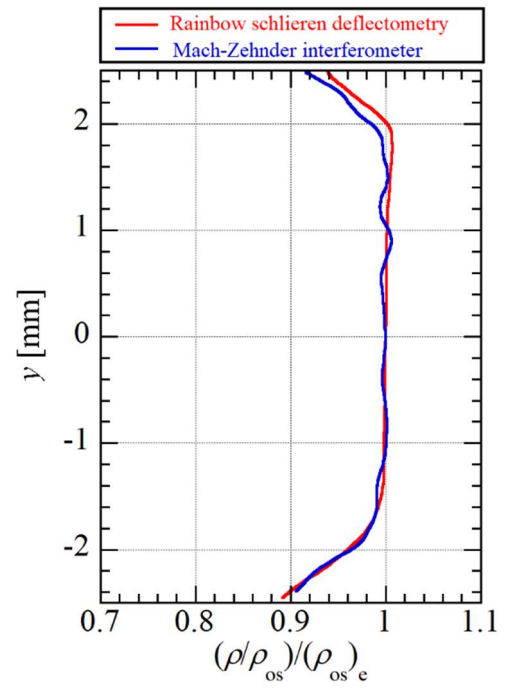
(a) $z/h = 8$



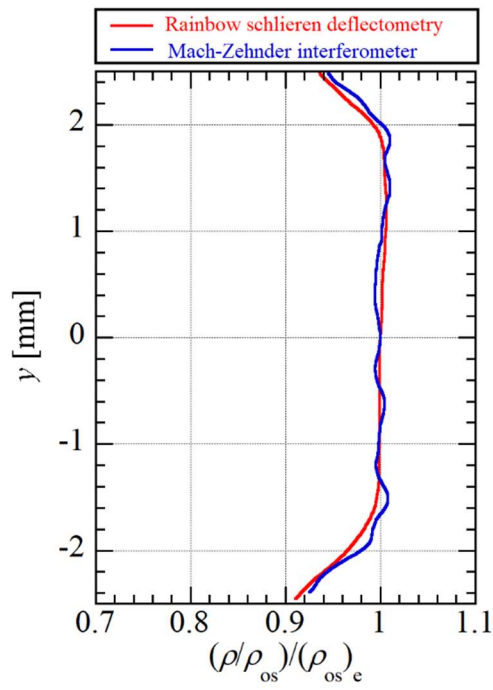
(b) $z/h = 9.6$



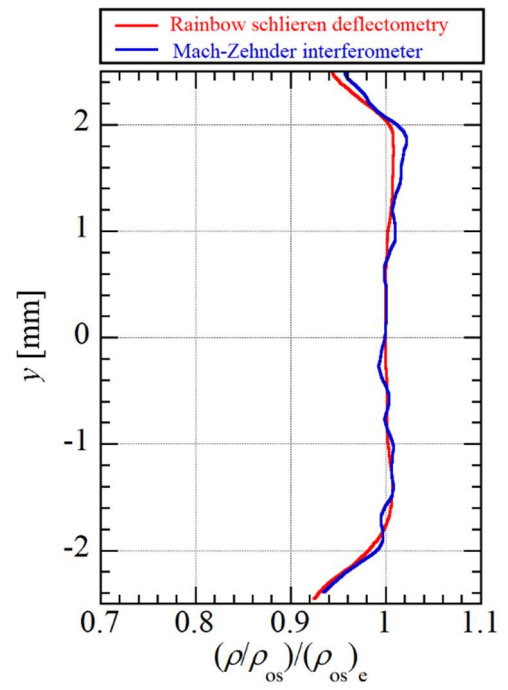
(c) $z/h = 10.4$



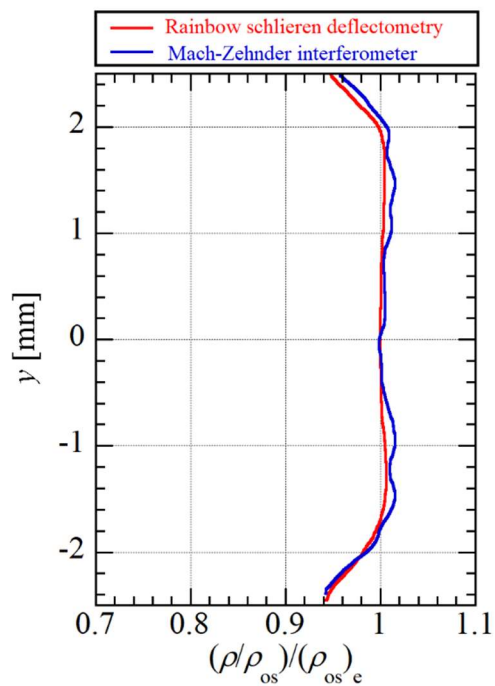
(d) $z/h = 11.2$



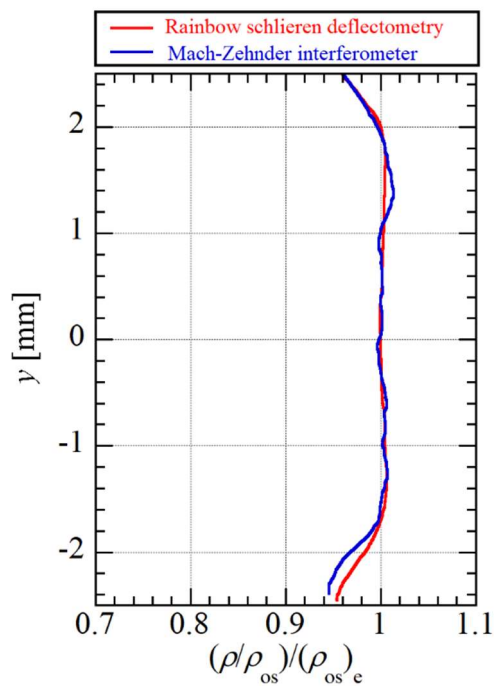
(e) $z/h = 11.6$



(f) $z/h = 12$



(g) $z/h = 12.8$



(h) $z/h = 13.6$

図 8.8 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における各位置の密度分布の比較

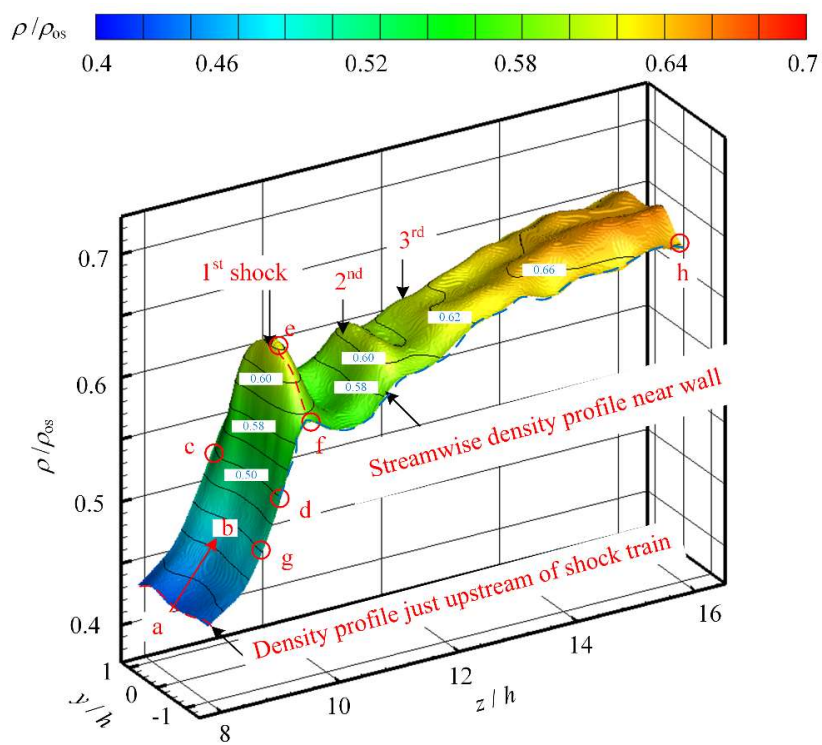


図 8.9 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における等密度鳥瞰図

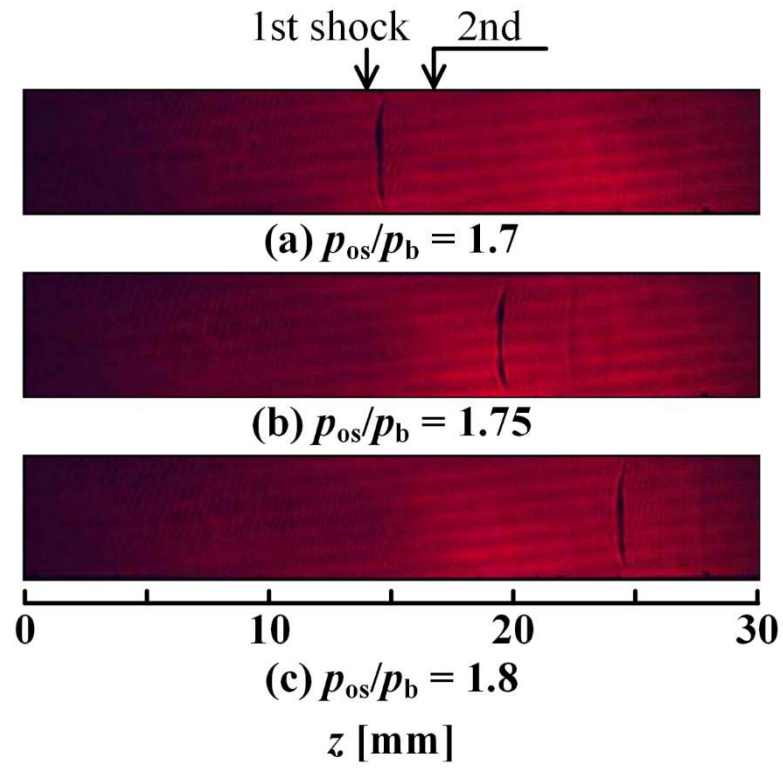


図 8.10 レーザーシュリーレン写真

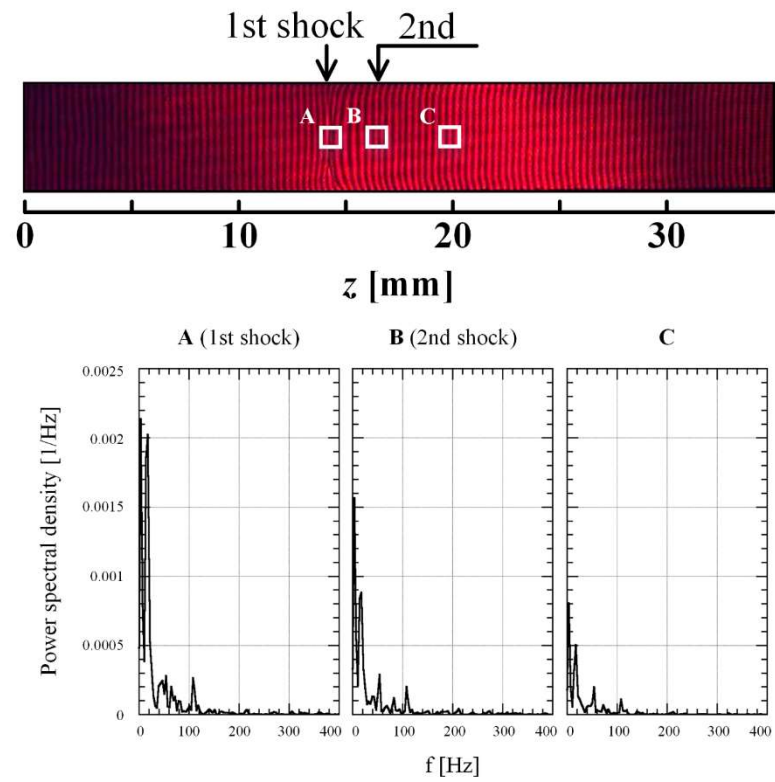


図 8.11 $p_{0s}/p_b = 1.7$ における各位置のパワースペクトル密度分布

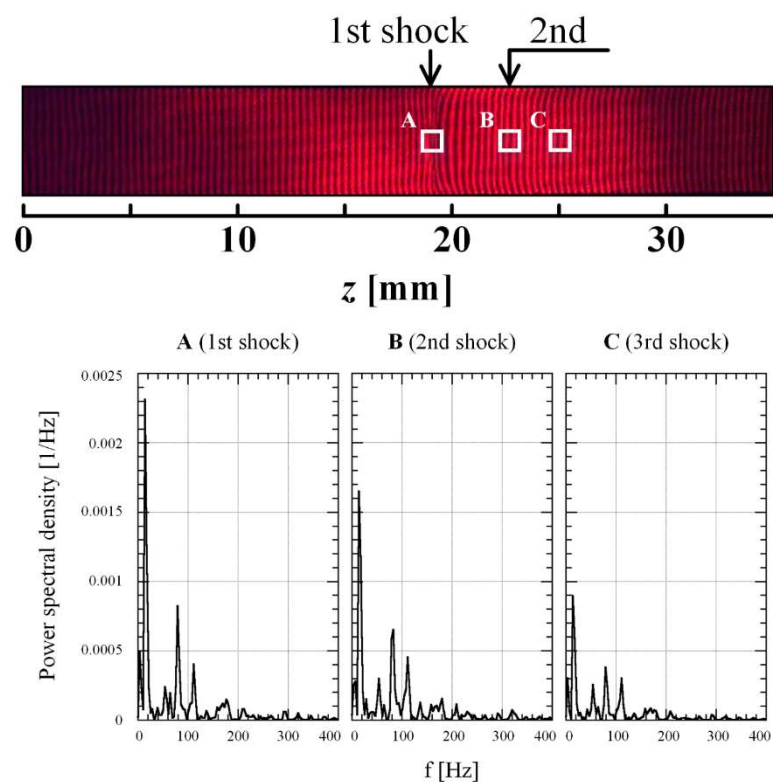


図 8.12 $p_{0s}/p_b = 1.75$ における各位置のパワースペクトル密度分布

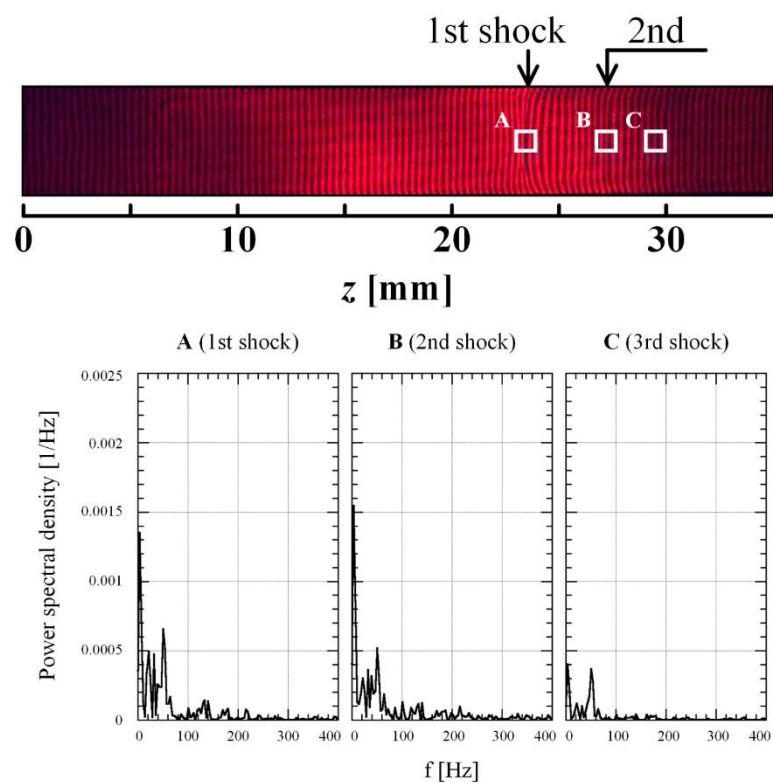
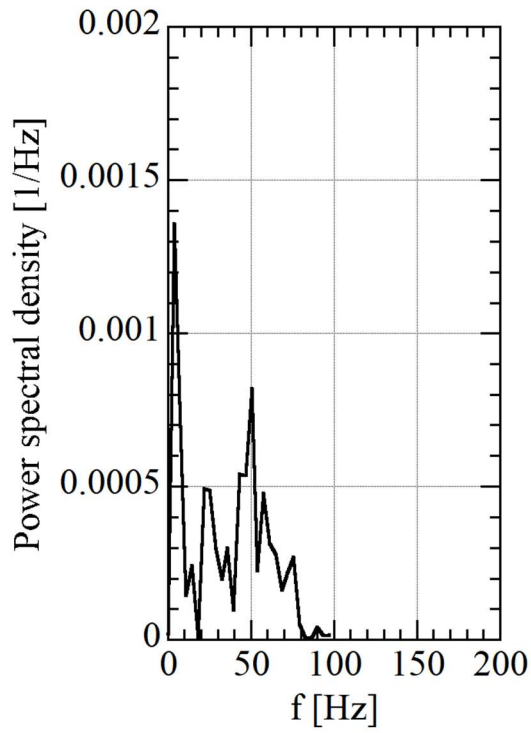
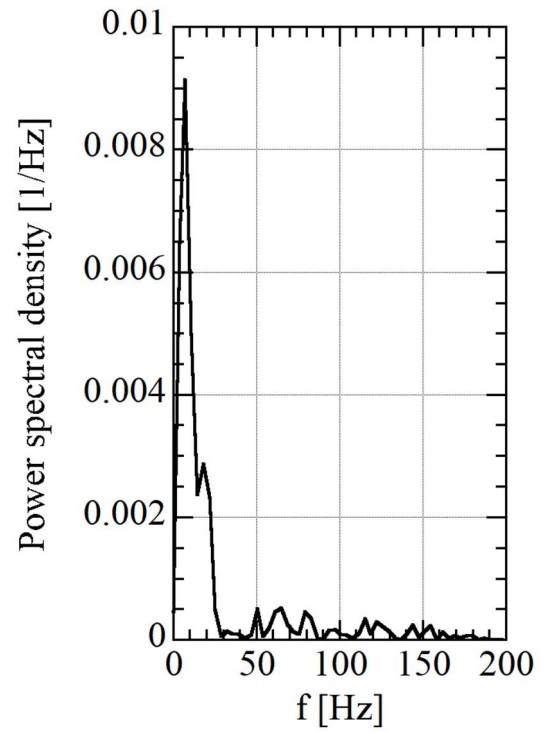


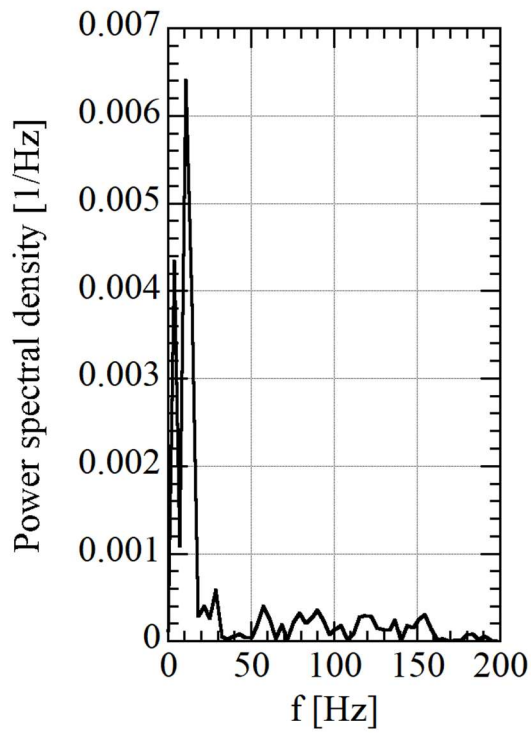
図 8.13 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における各位置のパワースペクトル密度分布



(a) $p_{os}/p_b = 1.7$



(b) $p_{os}/p_b = 1.75$



(c) $p_{os}/p_b = 1.8$

図 8.14 シュリーレン法による圧力比毎の先頭衝撃波のパワースペクトル密度分布

第9章 乱流モデルによるショックトレーンの構造

本章では、ショックトレーンの構造を定性的かつ定量的に観察するために、数値流体シミュレーションを用いて、時間的平均特性について調べた。壁面静圧計測を用いて断面積一定の管内に発生するショックトレーンの時間的平均特性について調べた従来の研究⁽¹⁷⁾と数値流体シミュレーションの比較を行う。以下にその結果を示す。

9.1 数値流体シミュレーション条件⁽⁵⁴⁾

初めに非定常二次元密度場との比較を考慮すると、純粋な LES が衝撃波振動を含む非定常流れ場を解析するのに理想的なツールであるが、純粋な LES (Large Eddy Simulation) は工学的なツールとしてコストの面で現実的ではない。また、RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) と LES のハイブリッドである DES (Detached eddy simulation) と呼ばれる手法は一般的に用いられているツールであり、本節では RANS を用いた解析条件を示す。

RANS 計算の支配方程式は x_i をデカルト座標、 u_i を速度ベクトル、 ρ を密度、 p を圧力、 ν を動粘度、 $\overline{u_i' u_j'}$ をレイノルズ応力と表すと以下のように示される⁽¹³⁾。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j} \quad (9.1)$$

時間変化 対流 圧力勾配 粘性拡散 乱流拡散

式(9.1)に示す各項の物理的意味は、左辺第1項が時間変化、第2項が対流、右辺第1項が圧力勾配による力、第2項が分子粘性による粘性拡散、第3項が乱れによる乱流拡散である。乱流拡散の支配的パラメータであるレイノルズ応力は平均流速に対する乱れ強さを表し、このレイノルズ応力を評価するため補助方程式として一般に乱流モデルが用いられる。なお、本研究では内部流れが計算対象であるため、2方程式渦粘性モデルの一種である Menter らの $k-\omega$ SST model 及び $k-\varepsilon$ model により乱流拡散を評価した。

図 9.1 に計算領域を示す。流れ方向は左から右である。なお、第3章で示したラバルノズルと断面積一定の直管を組み合わせた超音速ノズルと同形状である。原点はラバルノズル出口及び直管入口を原点とし、原点から直管出口までの長さは $10H = 50$ [mm]、直管の高さは $H = 5$ [mm] とする。また、直管出口から流れ方向に $127H = 635$ [mm]、流れ方向と垂直方向に $80H = 400$ [mm]、垂直方向に $10H = 50$ [mm]、その位置から流れ方向と逆方向に $13H = 65$ [mm] の大気領域を設けた。上記のような大気領域を設けた理由は下記の2点である。1点目は大気部もラバルノズル部及び直管部と同様に本研究で用いた超音速ノズルと同様の形状とするためである。2点目は解析の収束を考慮した形状とするためであ

る。

表 9.1 は解析及び境界条件を示す。断面積一定の直管内に発生するショックトレーンの特性量を評価するために、汎用数値計算ソフトウェアである ANSYS 社の FLUENT (ver. 15.0) を用いて流れ場の解析を行った。支配方程式として二次元圧縮性のレイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式を用い、乱流モデルは圧縮性流体の解析で評価の高い $k-\omega$ SST model 及び $k-\epsilon$ model を採用した。この乱流モデルは高マッハ数圧縮流れに対して様々な検証が行われ、他モデルよりも優れた予測精度を有すると言われている。方程式中の粘性係数はサザーランドの式を用いている。また、流入境界には圧力、密度、速度について一様流入条件、壁面には圧力、密度、速度についてすべてすべりなし条件、下流、上方境界には圧力、密度、速度について遠方条件 (0 勾配) を適用した。背圧 $p_b = 101$ [kPa]、大気温度 $T_b = 300$ [K]、集合洞の圧力 p_{os} と背圧 p_b の比 $p_{os}/p_b = 1.8$ の条件で行った。

図 9.2 はメッシュ構成詳細を示す。要素数は全体で約 230000 点であり、図 9.2 に示す通り構造格子を用いた。ノズルの入口と大気部分では大きな状態量の変化がないと考え、比較的大きな格子を配分した。また、ショックトレーン発生位置、ラバルノズル及び直管部の壁面、直管出口では細かいメッシュを切っており、最小メッシュサイズは直管部で $2\ \mu\text{m}$ となっている。

図 9.2 に示すように直管部の壁面付近では、流れ方向が長辺、壁面方向が短辺の長方形のメッシュ、管の中心軸に向かって流れ方向が短辺、壁面方向が短辺の長方形のメッシュと移行するよう設定をした。ショックトレーンが発生するにあたり物理量が激しく変化する方向を短辺とし、ショックトレーンの構造が及ぼす現象を正確に捉えるためである。また、直管部内でも集合洞の圧力 p_{os} と背圧 p_b の比 $p_{os}/p_b = 1.75, 1.8$ の条件でショックトレーンが発生されと考えられる $x = 10\ \text{mm}$ から $x = 40\ \text{mm}$ の領域のメッシュを最も細かく切った。

図 9.2 に示すように直管部の出口付近では、正方形のメッシュを用いた。その理由として上記した位置は管内から大気部に移行する位置であり、角部で乱流の影響を受け、渦が発生すると考えられるためである。また、噴流部でも細かいメッシュを設定しており、噴流の広がりやを考慮したメッシュ構造となっている。さらに、ラバルノズル部、直管部、噴流部のメッシュにおいて隣り合うメッシュの面積が 5%以内に収まるように設定を行っている。

9.2 乱流モデルの影響⁽⁵⁴⁾

図 9.3 では $p_{os}/p_b = 1.8$ の等密度線図を示し、(a)は $k-\omega$ SST model、(b)は $k-\epsilon$ model の解析結果を表す。流れ方向は左から右である。図 9.3 (a)よりショックトレーンの前頭衝撃波の位置が $z = 22\ \text{mm}$ に発生していることが観察できる。前頭衝撃波の形状は、流路中央部の垂直衝撃波と壁面付近で前枝衝撃波と後枝衝撃波からなる、いわゆる λ 型衝撃波であることが分かる。前頭衝撃波の下流には、 $z = 25\ \text{mm}$ 、 $z = 27\ \text{mm}$ 、 $z = 29\ \text{mm}$ に第 2 衝撃波から第 4 衝撃波を観察することができ、全体で 4 本の衝撃波から成るショックトレーンになる。図 9.3 (b)は図 9.3 (a)と同様、ショックトレーンの前頭衝撃波の位置が $z =$

22 mm に発生していることが観察でき、先頭衝撃波の形状は λ 型衝撃波であることが分かる。しかし、先頭衝撃波の下流には、 $z = 24$ mm に第 2 衝撃波のみとなり、図 9.3 (a) と比べ、ショックトレーンを構成する各衝撃波の数に違いがあることが分かる。これは乱流モデルの影響であることが分かる。

図 9.4 及び図 9.5 は $p_{os}/p_b = 1.8$ における管の中心軸上を沿う流れ方向の密度分布及び圧力分布の $k-\omega$ SST model と $k-\varepsilon$ model の比較をそれぞれ示す。 $k-\omega$ SST model 及び $k-\varepsilon$ model の結果はショックトレーンが発生する $z = 22$ mm まで密度値及び圧力値とも一致していることが分かり、ショックトレーンの領域で差異が生じる。先頭衝撃波直後の膨張領域の範囲及び程度が違うため、ショックトレーンを構成する各衝撃波の数に違うと考えられる。直管出口である $z = 50$ mm の位置で $k-\omega$ SST model 及び $k-\varepsilon$ model の結果は再び一致することが観察できる。

図 9.6 は $p_{os}/p_b = 1.8$ における管の中心軸上を沿う流れ方向のマッハ数分布の $k-\omega$ SST model と $k-\varepsilon$ model の比較をそれぞれ示す。図 9.4 及び図 9.5 と同様、ショックトレーンを構成する各衝撃波の数、先頭衝撃波直後の膨張領域及び範囲に違いがあることが分かる。また、両マッハ数分布とも先頭衝撃波で亜音速に減速され、膨張領域で超音速流れになった後、各衝撃波位置で再び亜音速に減速を繰り返しながら下流に向かうことが観察できる。

図 9.7 は $p_{os}/p_b = 1.8$ における壁面静圧計測結果と $k-\omega$ SST model 及び $k-\varepsilon$ model の圧力分布の比較を示す。図に示す下向きの矢印は第 7 章で示したレインボーシュリーレン写真から求めた管の中心軸上の衝撃波位置を示す。壁面静圧は、 $z =$ 約 20 mm の位置から流れ方向の距離の増加とともにゆるやかに上昇し、先頭衝撃波の位置でわずかに圧力勾配の減少を伴い増加をし続け、第 2 衝撃波の位置から再度圧力勾配の増加を伴い下流方向に増加し続ける。壁面静圧計測結果は $k-\omega$ SST model を用いた数値流体解析結果の方が $k-\varepsilon$ model を用いた数値流体解析結果と比べて非常に良い一致を示す。また、全ての圧力分布において、直管部出口位置である $z = 50$ mm で $p_b/p_{os} = 0.56$ におおよそ収束していることが観察できる。上記の結果より $k-\omega$ SST model は $k-\varepsilon$ model よりショックトレーンの構造を捉えられる可能性が高いと考えられる。

9.3 本章のまとめ

本章では、ショックトレーンの構造を定性的かつ定量的に観察するために、数値流体シミュレーションを用いて、時間的平均特性について調べた。以下にその結果について要約する。

- (1) $k-\omega$ SST model と $k-\varepsilon$ model の数値流体シミュレーションの結果より、乱流モデルの違いによって、断面積一定の直管内に発生するショックトレーンを構成する各衝撃波の数及び物理量に違いが生じることが分かった。
- (2) 壁面静圧計測結果と $k-\omega$ SST model 及び $k-\varepsilon$ model の圧力分布の比較より、壁面静圧分布は、 $z =$ 約 20 mm の位置から流れ方向の距離の増加とともにゆるやかに上昇し、先頭衝撃波の位置でわずか

に圧力勾配の減少を伴い増加をし続け、第2衝撃波の位置から再度圧力勾配の増加を伴い下流方向に増加し続ける。壁面静圧計測結果は $k-\omega$ SST model を用いた数値流体解析結果の方が $k-\epsilon$ model を用いた数値流体シミュレーションと非常に良い一致を示し、 $k-\omega$ SST model の方がショックトレーンの構造を捉える可能性が高いと考えられる。

- (3) マッハ数分布より先頭衝撃波で亜音速に減速され、膨張領域で超音速流れになった後、各衝撃波位置で再び亜音速に減速を繰り返しながら下流に向かうことが観察できる。

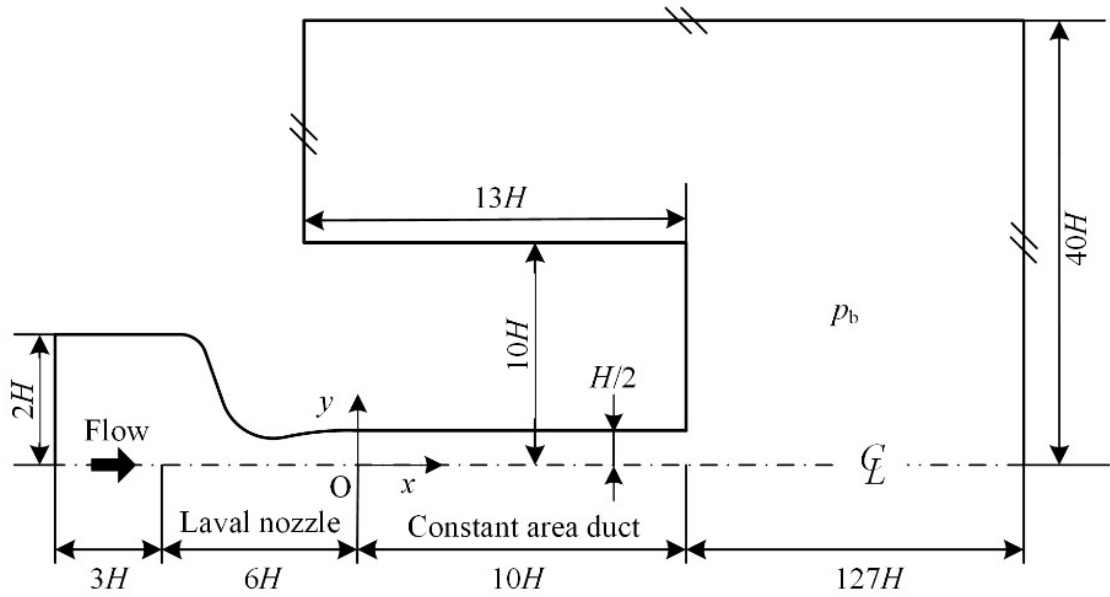


図 9.1 計算領域

表 9.1 解析及び境界条件

Design Mach number	$M_e = 1.5$ [-]
Height of straight duct	$H = 5$ [mm]
Length of straight duct	$10H$
Free boundaries	$140H \times 80H$
Workstation	hexa-core Intel i7 processors at 3.6 GHz and 128 GB RAM
Numerical software	ANSYS FLUENT
Computing run time	Around 3 hours
Number of calculations	10000 times
Governing equations	Reynolds-averaged Navier-Stokes equations
Turbulence model	SST $k-\omega$ turbulence model or $k-\epsilon$ turbulence model
Difference Scheme	3rd order MUSCL scheme
Time integration	Three-stage Runge-Kutta method
Stagnation pressure	$p_{os} = 181.8$ [kPa] or 176.75 [kPa]
Atmospheric pressure	$p_b = 101$ [kPa]
Atmospheric temperature	$T_b = 300$ [K]
Wall boundary condition	Adiabatic no-slip on nozzle and duct walls

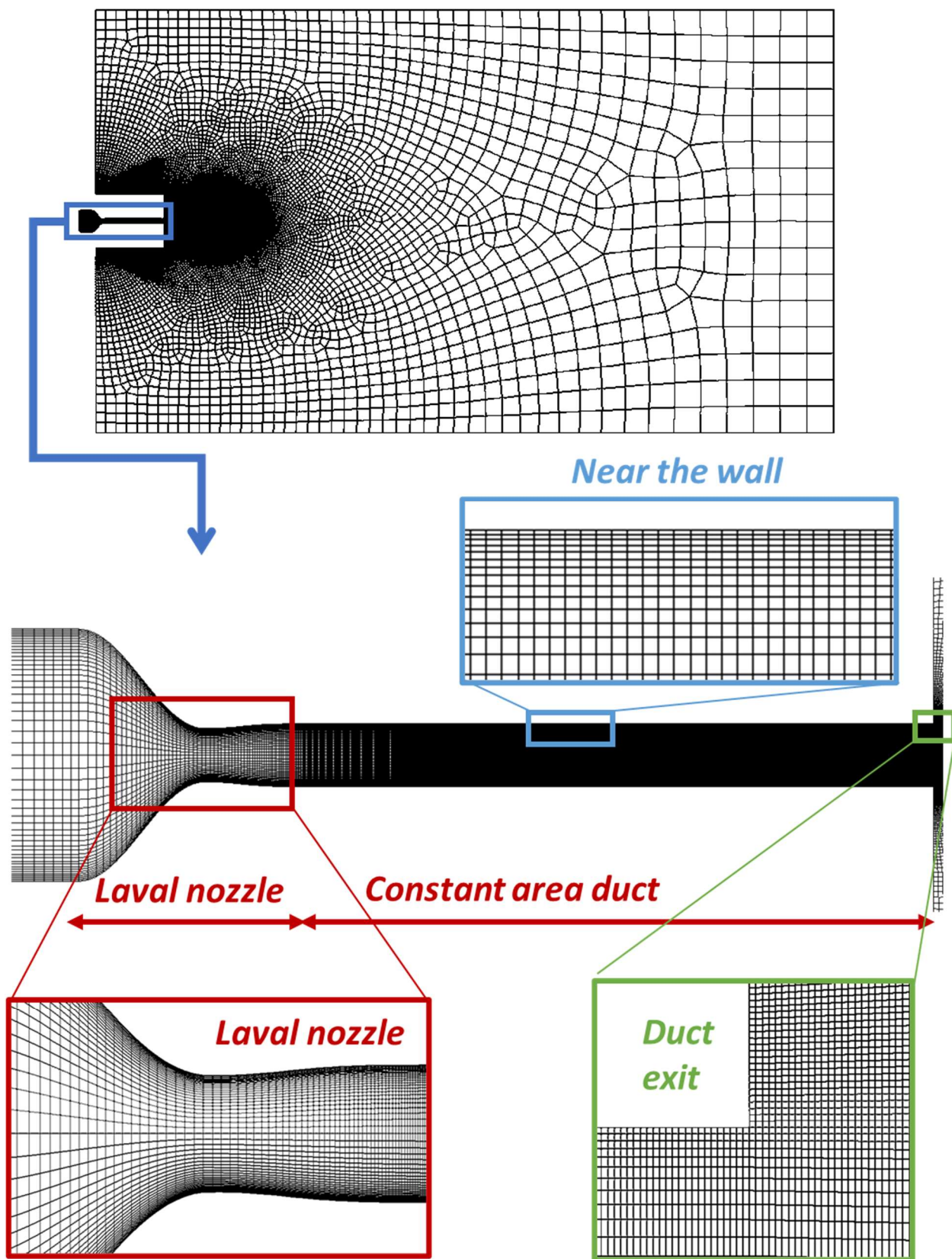
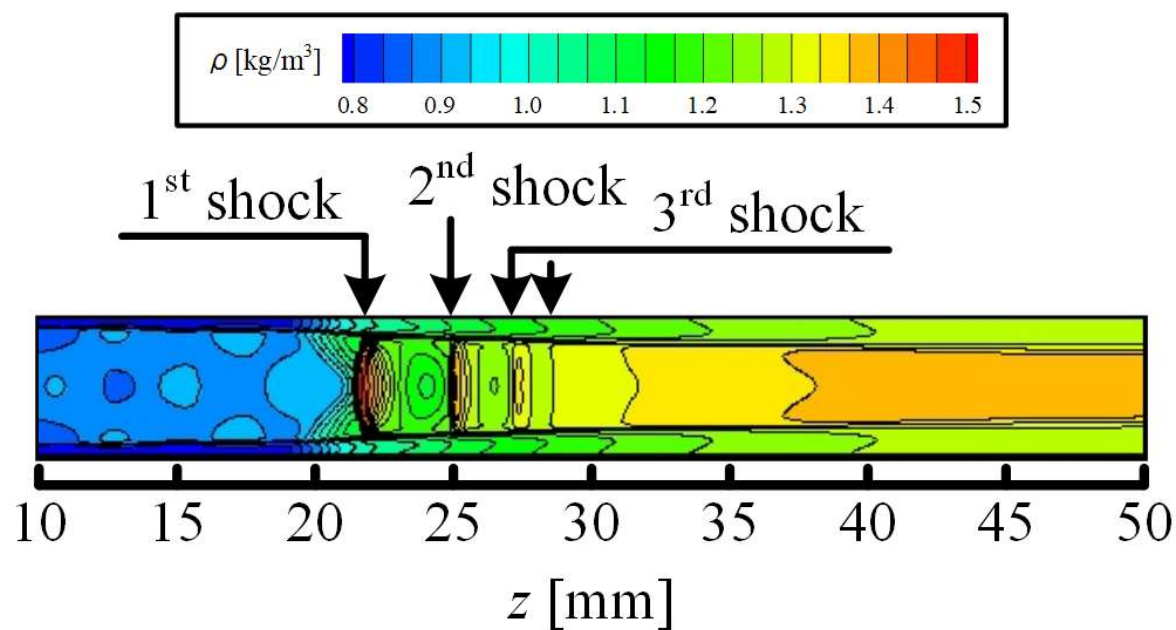
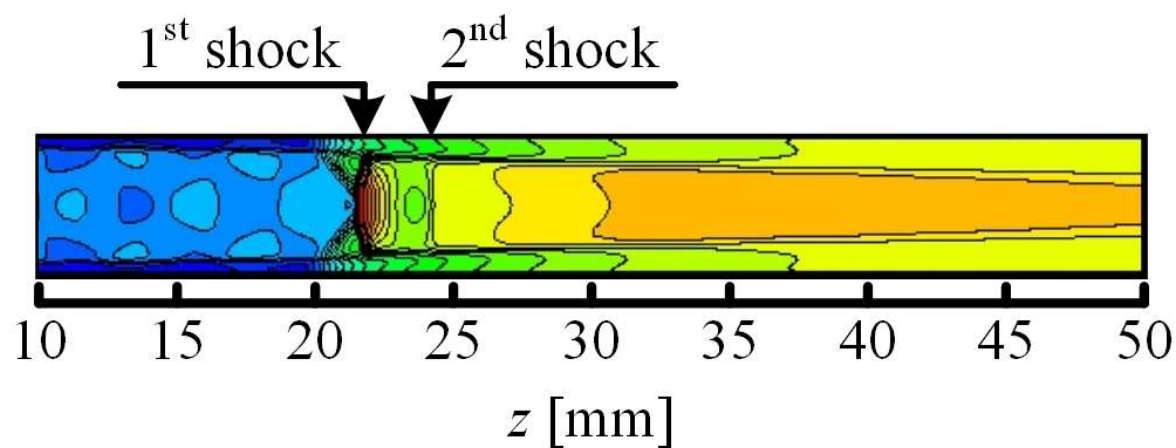


図 9.2 メッシュ構成



(a) $k-\omega$ SST turbulence model



(b) $k-\varepsilon$ turbulence model

図 9.3 $p_{0s}/p_b = 1.8$ における等密度線図

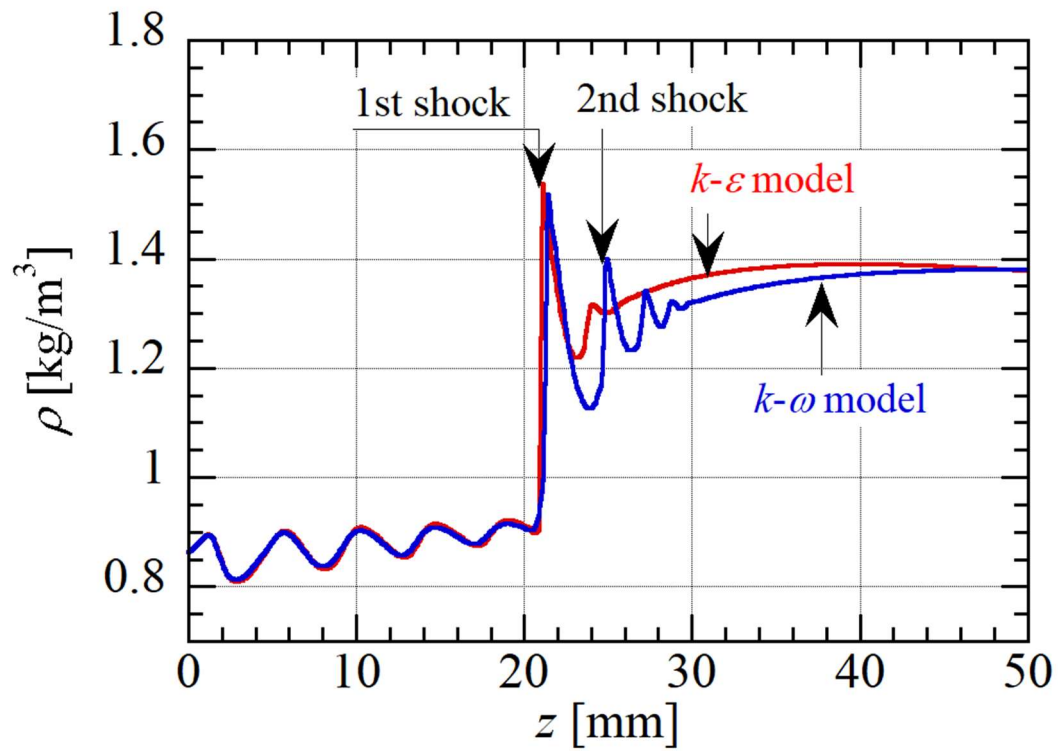


図 9.4 $y = 0$ [mm]における密度分布

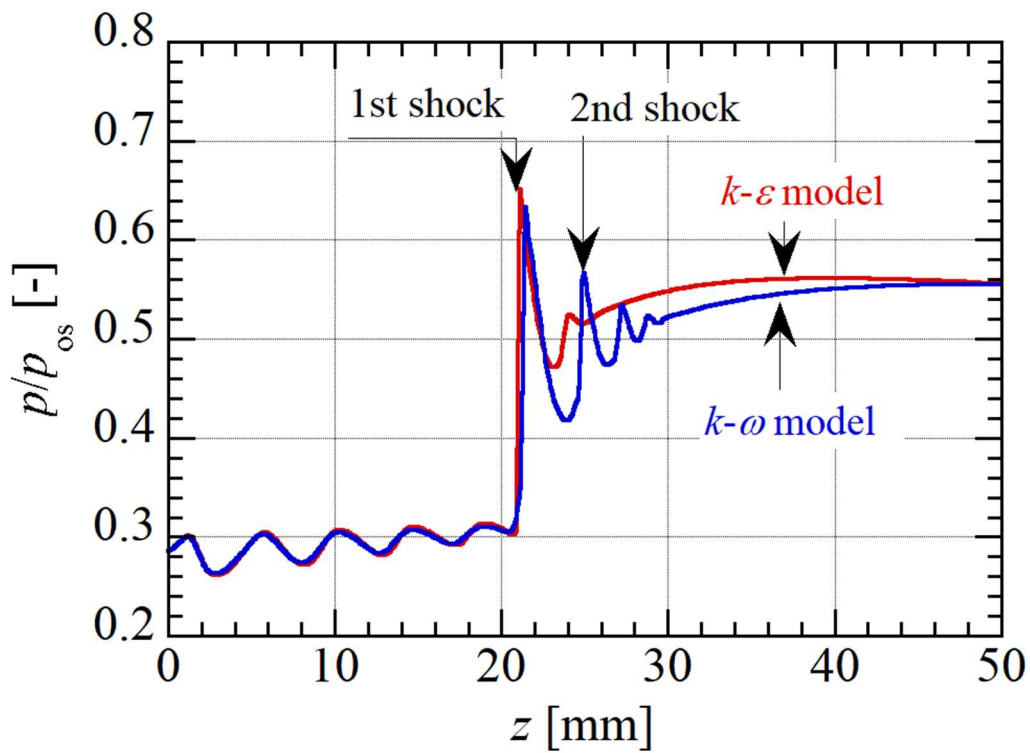


図 9.5 $y = 0$ [mm]における圧力分布

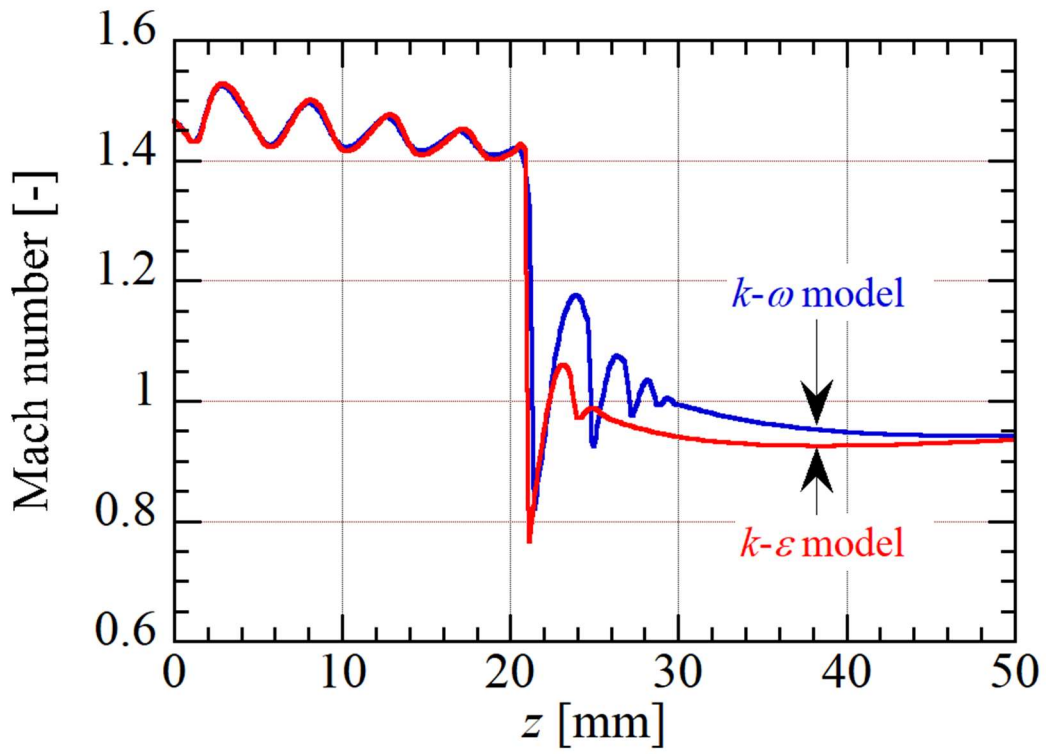


図 9.6 $y = 0$ [mm]におけるマッハ数分布

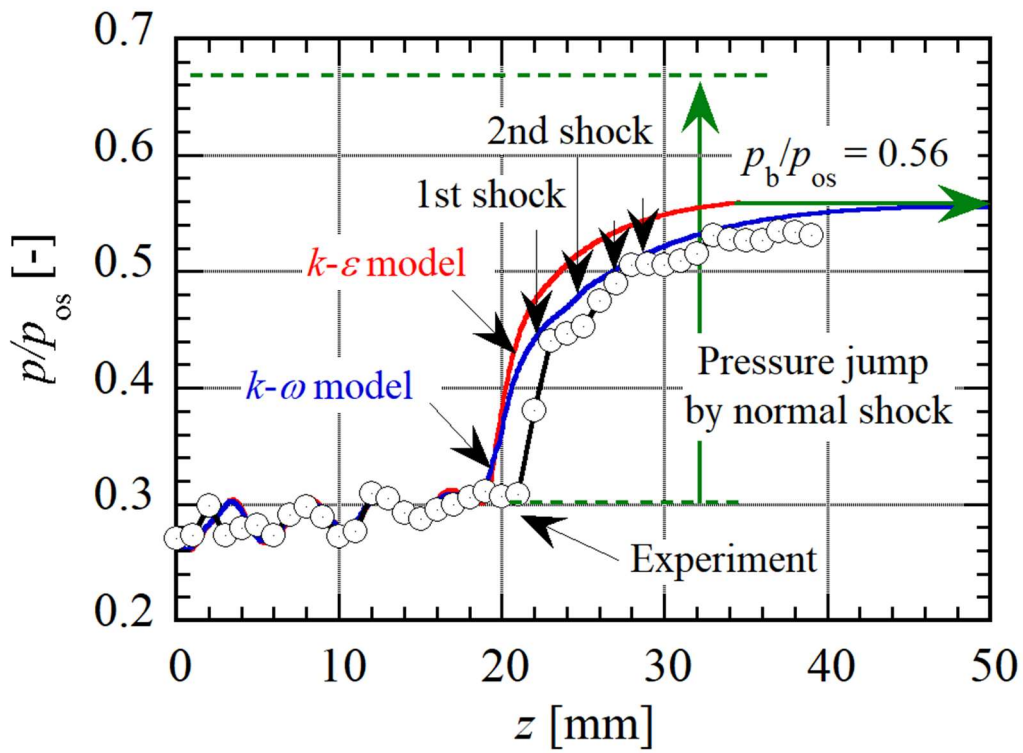


図 9.7 壁面における静圧分布

第 10 章 結論

超音速流れの問題を論ずる場合、衝撃波発生その挙動は流れに非常に大きな影響を及ぼす重要な現象の一つである。超音速流れにより発生する衝撃波は、噴流内に発生する外部流れの場合と管内などに発生する内部流れに分類することができる。本論文では、衝撃波を伴う超音速外部及び内部流れについて、定量的可視化法を用いて調査した。得られた結果を要約すると以下となる。

10.1 超音速噴流の定量的可視化

10.1.1 超音速噴流の 3 次元構造

軸対称先細ノズルから流出するマッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の 3 次元密度場の特性をレインボーシュリーレン法 (RSD) による定量的可視化実験によって詳細に調べた。レインボーシュリーレン写真からの密度場の再構成は、アーベル逆変換法とコンボリューション逆投影法を用いて行った。また、噴流の中心軸上に沿う密度分布に対して、過去に Nicolas ら⁽²⁰⁾が行った背景シュリーレン法 (BOS) と RSD との定量的比較を行った。結論は以下の通りである。

- (1) マッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の全体的な構造については、アーベル逆変換法とコンボリューション逆投影法による密度場の再構成法による違いはほとんどない。しかし、マッハディスク下流の噴流中心軸上の密度値に対しては、アーベル逆変換法と比べてコンボリューション逆投影法による密度の再構成がわずかに優れている。
- (2) 噴流の中心軸を含む断面において、マッハディスクの 3 重点からの反射衝撃波は、噴流境界に向かってつれて徐々に上流側に湾曲する構造となる。また、マッハディスクの 3 重点から発生するスリップラインは半径方向に広がる。その結果、マッハディスク前後において、垂直衝撃波による密度上昇の直後で流れ方向に密度が増加する領域が現れる。
- (3) RSD と BOS による密度場の非接触計測法はマッハディスクによる急激な密度上昇を定量的によく捉えることができる。特に、RSD は BOS と比べてマッハディスク前後の密度変化が急激で、マッハディスクによる急峻な密度上昇をより正確に計測できる。
- (4) ノズル圧力比が 4.0 の場合、先細ノズルからの不足膨張音速噴流の中心軸上におけるマッハ数は、マッハディスク直前で約 2.7 まで加速された直後に約 0.5 まで急激に減速される。マッハディスクの下流では、亜音速の状態からマッハ数が約 1.8 の超音速の状態まで徐々に加速された後、マッハ数が 1.3 まで単調に減速され、その下流では超音速の範囲でショックセル構造に起因して増加と減少を繰り返す。
- (5) 以上の結果、レインボーシュリーレン偏向法は、マッハディスクを含む強い衝撃波と噴流せん断層が干渉する複雑なショックセル構造の 3 次元密度場の定量計測に有効である。本計測結果は、マッ

ハディスクのような強い衝撃波を含む超音速噴流に対する数値シミュレーションやRSDとBOSを含む各種の密度場計測法の検証にも有効である。

10.1.2 超音速噴流の非定常特性

超音速噴流の非定常特性調べるために、高速度マッハ・ツェンダー法を用いた。NPR=3.0, 4.0, 5.0の3条件において、無限干渉縞と有限干渉縞写真、RMS線図とパワースペクトル密度分布によって噴流の非定常特性を調べた。得られた結論は以下の通りである。

- (1) マッハディスクを伴う不足膨張音速噴流の全体的な構造については、無限干渉縞、有限干渉縞写真から定性的に可視化観察ができた。また、無限干渉縞法は有限干渉縞法に比べて、定性的に可視化観察するには優れている。
- (2) 有限干渉法から得られた $p_{0s}/p_b = 4.0, 5.0$ におけるマッハディスク発生位置の支配周波数は、それぞれ 1.7 kHz, 0.7 kHz と定量的に得られることができた。また、 p_{0s}/p_b が上昇するにつれて支配周波数が減少することが分かった。さらに、シュリーレン法から得られた支配周波数と定量的な一致を示した。
- (3) 以上の結果、高速度マッハ・ツェンダー法は、マッハディスクを含む強い衝撃波と噴流せん断層が干渉する複雑なショックセル構造の非定常計測に有効である。

10.2 ショックトレーンの定量的可視化

10.2.1 ショックトレーンの内部構造

衝撃波と境界層が相互作用する密度場を再構成するため、レインボーシュリーレン法を使用した新しい測定技術を提案し、断面積が一定の直管内のショックトレーンの詳細構造の解明に初めて適用した。得られた結論は以下の通りである。

- (1) レインボーシュリーレン法を使用した新しい測定技術は、レインボーフィルターの色相の変化方向が流れ方向に対して垂直方向と水平方向に設定し、対応するフィルターの校正曲線を同時に用いることで、密度場を算出する方法である。これにより、ショックトレーン内の密度勾配の複雑な特徴を詳細に捉えることが可能となった。
- (2) 壁面における圧力分布のみを使用して、ショックトレーンを構成する各衝撃波の正確な位置を推定すること不可能である。しかし、本手法であれば、ショックトレーンの流れ方向の密度勾配分布を用いて、直接的に密度勾配が最大値に達する衝撃波の位置を正確に可能となった。さらに、ショックトレーンの正確な終点も同様に確認できた。
- (3) 本手法で得られた密度場は、シャドウグラフや明視野シュリーレンなど、ショックトレーンを構成

する各衝撃波の形状や強度および膨張領域の強さを定量的に明らかにするための他の定量的視覚表現を算出することが可能となった。

- (4) 本手法で得られた詳細な定量値は、数値解析や理論的な新しい分析モデルの検証に用いることが可能であると考えられる。
- (5) 新しい計測技術は、時間的平均流れの他にも非定常密度測定に応用することが可能である。

10.2.2 ショックトレーンの非定常特性

ショックトレーンの非定常特性を調べるために、高速度マッハ・ツェンダー法を用いた。得られた結論は以下の通りである。

- (1) 無限干渉縞法及び有限干渉縞法の実験写真では定性的、等密度線図及び等密度鳥瞰図では定量的にショックトレーンを構成する各衝撃波、マッハ波、境界層の形状を観察することができた。
- (2) 管の中心軸上に沿う密度の流れ方向の変化では、衝撃波の位置を容易に観察することができ、密度値は先頭衝撃波前後でスパイク状に上昇と下降した後、ゆるやかに増減を繰り返しつつ下流に向かって増加することが分かった。
- (3) 縞の変動を示す RMS 値では、ショックトレーン上流は縞の変動はほとんどなく、ショックトレーンを構成する各衝撃波、膨張領域、下流の境界層の縞の変動が顕著に観察できた。
- (4) レインボーシュリーレン法とマッハ・ツェンダー法の管の中心軸上の密度分布の比較では、ショックトレーンの上流領域、ショックトレーン領域、下流領域で定量的な一致を示した。また、流れ方向と垂直方向の密度分布では流れ方向のほとんどの位置で定量的な一致を示したが、先頭衝撃波直前から膨張領域の位置で差異が生じた。今後、上記の原因を追究していく必要がある。
- (5) 有限干渉縞法及びシュリーレン法から得られた PSD（パワースペクトル密度）分布では、支配周波数は約 10 [Hz]から 120 [Hz]であることが分かり、先頭衝撃波の位置にピーク値となることが観察できた。また、両手法の結果は定量的な一致を示した。

10.2.3 乱流モデルによるショックトレーンの構造

ショックトレーンの構造を定性的かつ定量的に観察するために、数値流体シミュレーションを用いて、時間的平均特性について調べた。得られた結論は以下の通りである。

- (1) $k-\omega$ SST model と $k-\varepsilon$ model の数値流体シミュレーションの結果より、乱流モデルの違いによって、断面積一定の直管内に発生するショックトレーンを構成する各衝撃波の数及び物理量に違いが生じることが分かった。
- (2) 壁面静圧計測結果と $k-\omega$ SST model 及び $k-\varepsilon$ model の圧力分布の比較より、壁面静圧分布は、 $z =$ 約

20 mm の位置から流れ方向の距離の増加とともにゆるやかに上昇し、先頭衝撃波の位置でわずかに圧力勾配の減少を伴い増加をし続け、第2 衝撃波の位置から再度圧力勾配の増加を伴い下流方向に増加し続ける。壁面静圧計測結果は $k-\omega$ SST model を用いた数値流体解析結果の方が $k-\varepsilon$ model を用いた数値流体シミュレーションと非常に良い一致を示し、 $k-\omega$ SST model の方がショックトレーンの構造を捉える可能性が高いと考えられる。

- (3) マッハ数分布より先頭衝撃波で亜音速に減速され、膨張領域で超音速流れになった後、各衝撃波位置で再び亜音速に減速を繰り返しながら下流に向かうことが観察できる。

10.3 今後の課題

10.1 節および 10.2 節に示す通り、光学的可視化法であるレインボーシュリーレン法およびマッハ・ツェンダー法を用いて外部流れとして不足膨張音速噴流、内部流れとしてショックトレーンに着目して調査を行った。その結果、考えられる課題は以下の通りである。

- (1) 本研究では、軸対称先細ノズルから不足膨張音速噴流の構造を調査したが、複雑なノズル出口形状のものをを用いて、噴流構造の調査を行い、レインボーシュリーレン法にコンボリューション逆投影法組み合わせた密度の再構築方法の有効性についてさらに言及する必要がある。
- (2) 不足膨張音速噴流の3次元構造の調査は、ノズルを回転させることで密度場を得た。過去に Nicolas ら⁽²⁰⁾が行った噴流の多方向測定が実現できれば、より詳細な構造把握が可能になるかもしれない。
- (3) 高速度マッハ・ツェンダー法を用いて、軸対称先細ノズルからの不足膨張音速噴流の密度場を明らかにし、本研究で得られたレインボーシュリーレン法の結果と比較し、さらなる噴流構造の解明をする必要がある。
- (4) 本研究で用いたレインボーシュリーレン法は時間的平均流れの定量値のみの報告だが、新たにレインボーシュリーレン法に高速度カメラを適用した高速度レインボーシュリーレン法を考案し、流れの非定常性について調査する必要がある。
- (5) 2次元的にショックトレーンの構造の解明を実施したが、新たな光学的可視化法もしくはノズル形状の深度化により、ショックトレーンの3次元構造について調査する必要がある。

参考文献

- (1) 松尾, 圧縮性流体力学, 1994, 理工学社.
- (2) Franquet, E., et al. Free underexpanded jets in a quiescent medium: A review, *Progress in Aerospace Science*, 2015, 77, 25-53.
- (3) Matsuo et al., *Progress in Aerospace Science*, 1999, 35(1), 33-100.
- (4) Settle, G.S., *Schlieren and Shadowgraph Techniques*, 2001, Springer.
- (5) 坂上, 駒田, 西岡, シュリーレン光学系による超音速乱流境界層の定量計測, *ながれ*, 2004, 23, 47-56.
- (6) Settles, G.S. and Hargather, M. A review of recent developments in schlieren and shadowgraph techniques. *Measurement Science and Technology*, 2017, 28.
- (7) Hataue, I., Computational Study of the shock-wave/boundary-layer interaction in a duct, *Fluid Dynamics Research*, 1989, 5, 217.
- (8) 山根, 大島, 中村, 石井, 朴, 直管内擬似衝撃波の数値シミュレーション, *機論*, 1993, 2410, 59-564.
- (9) Carroll, B. F. and Lopez-Fernandez, P. A. and Dutton, J. C. Computations and experiments for a multiple normal shock/boundary-layer interaction, *J. Propuls. Power*, 1993, 9(3), 405-411.
- (10) Morgan, B., Duraisamy, K. and Lele, S. K. Large-eddy simulations of a normal shock train in a constant-area isolator, *AIAA Journal*, 2014, 52(3), 539-558.
- (11) Tabei et al., Density measurements of underexpanded free jets of air from circular and square nozzles by means of moire-schlieren method, *JSME International Journal, Series II*, 1992, 35(2), 212-217.
- (12) Nakamura and Iwamoto, Quantitative analysis of axisymmetric nozzle flow field with shock wave by image processing of Mach-Zehnder interferogram, *Transactions of the JSME, Series B*, 1996, 62(594), 608-612.
- (13) Panda and Seasholtz, Measurement of shock structure and shock-vortex interaction in underexpanded jets using Rayleigh scattering, *Physics of Fluids*, 1999, 11(12), 3761-3777.
- (14) Mercer and Raman, Quantitative interferometry in the severe acoustic environment of resonant supersonic jets, *AIAA Journal*, 2002, 40(3), 438-442.
- (15) Woodmansee et al., Nonintrusive pressure and temperature measurements in an underexpanded sonic jet flowfield, *AIAA journal*, 2004, 42(6), 1170-1180.
- (16) Venkatakrishnan, Density measurements in an axisymmetric underexpanded jet by background-oriented schlieren technique, *AIAA journal*, 2005, 43(7), 1574-1579.
- (17) Tsutsumi et al., Structure of underexpanded jets from square nozzles, *AIAA journal*, 2006, 44(6), 1287-

1291.

- (18) Miyazato et al., Measurements in correctly expanded supersonic jets by rainbow schlieren deflectometry, Transactions of the JSME, Series B, 2010, 76(768), 1129-1133.
- (19) Takano et al., Three-dimensional rainbow schlieren measurements in underexpanded sonic jets from axisymmetric convergent nozzles, Journal of Thermal Science, 2016, 25(1), 78-83.
- (20) Nicolas et al., 3D reconstruction of a compressible flow by synchronized multi-camera BOS, Experiments in Fluids, 2017, 58(46).
- (21) Maeda et al., Structure of underexpanded supersonic jets from axisymmetric Laval nozzles, Journal of Flow Visualization & Image Processing, 2018, 25(1), 33-46.
- (22) Maeda et al., Rainbow schlieren measurements in underexpanded jets from square supersonic micro nozzles, European Physical Journal, 2018, 10, 1051.
- (23) Mariani et al., A comparative study on the use of calibrated and rainbow schlieren techniques in axisymmetric supersonic jets, Flow Measurement and Instrumentation, 2019, 66, 218-228.
- (24) Takeshita et al., Study of axisymmetric underexpanded sonic jets with Mach disks (Density field measurements by rainbow schlieren deflectometry), Transactions of the JSME, 2019, 85(876).
- (25) Mariani et al., On the application of non-standard rainbow schlieren technique upon supersonic jets, Journal of Visualization, 2020, 10, 1007.
- (26) Sugawara et al., Three-dimensional reconstruction of a microjet with a Mach disk by Mach-Zehnder interferometers, Journal of Fluid Mechanics, 2020, 893, A25.
- (27) Nazari et al., Multi-schlieren CT measurements of supersonic microjets from circular and square micro nozzles, Journal of Flow Control, Measurement & Visualization, 2020, 8(3), 77-101.
- (28) Sugawara et al., Quantitative flow visualization of slightly underexpanded microjets by Mach-Zehnder interferometers, Flow Turbulence and Combustion, 2020, published online at 26 August.
- (29) Sugawara et al., Application of Twyman-Green interferometers for shock-containing free jets from axisymmetric convergent micro nozzles, Proceedings of the 18th International Symposium on Flow Visualization, 2018.
- (30) Hunt, R. L. and Gamba, M., Shock train unsteadiness characteristics, oblique-to-normal transition, and three-dimensional leading shock structure, AIAA journal, 2018, 56(4), 1569- 1587.
- (31) Gnani, F., Zare-Behtash, H. and Kontis, K., Pseudo-shock waves and their interactions in high-speed intakes, Prog. Aerosp. Sci., 2016, 82, 36-56.
- (32) Weiss, A., Grzona, A and Olivier, H., Behavior of shock trains in a diverging duct, Exp Fluids, 2010, 49(2), 355-365.
- (33) Takeshita, T., Takano, H., Ono, D., Nakao, S., and Miyazato, Y., Rainbow schlieren visualization of shock

trains in rectangular ducts, ISABE2017 23rd ISABE Conference, 2017, Paper No.21452, 11pages.

- (34) A. Weise, NACA TM, 1947, 1152.
- (35) Cohen, C.B. and Velerino, A.S., NACA RM, 1950, F50H04.
- (36) 生井, 松尾, 永井, 本城, 擬似衝撃波の振動現象, 機論, 1974, 446, 40-330.
- (37) 山根, 近藤, 富田, 栄, 直管内擬似衝撃波の振動(第1報, 流路各部の圧力変動), 機論, 1983, 2326, 49-447.
- (38) 山根, 高橋, 斎藤, 直管内擬似衝撃波の振動(第2報, 流路各部の圧力変動相互の関係), 機論, 1983, 2336, 49-447.
- (39) 杉山, 針生, 関山, 佐藤, 奥田, 直管路内の擬似衝撃波の振動現象に関する実験的研究(入形擬似衝撃波の場合), 機論, 1985, 2053, 51-467.
- (40) 杉山, 武田, 張, 関山, 奥田, 直管路内の擬似衝撃波の発生位置と振動現象(第1報, 高速度シェーレンフィルムによる観察), 機論, 1987, 1659, 53-490.
- (41) 杉山, 武田, 張, 関山, 山岸, 直管路内の擬似衝撃波の発生位置と振動現象(第2報, 擬似衝撃波内の壁面圧力変動のスペクトル解析), 機論, 1987, 1666, 53-490.
- (42) Matsuo, K. and Mochizuki, H. and Miyazato, Y. and Gohya, M. Oscillatory characteristics of a pseudo-shock wave in a rectangular straight duct, JSME Int J Ser B: Fluids and Thermal Engineering, 1993, 36(2), 222-229.
- (43) Xiong, B., Wang, Z., Fan, X., Wang, Y., Experimental study on the flow separation and self-excited oscillation phenomenon in a rectangular duct, Acta Astronautica, 2017, 133, 158-165.
- (44) Xiong, B., Fan, X., Wang, Y., Tao, Y., Experimental Study on Self-Excited and Forced Oscillations of an Oblique Shock Train, Journal of Spacecraft and Rockets, 2018, 55(3), 640-647.
- (45) Xiong, B., Wang, Z., Fan, X., Wang, Y., Response of Shock Train to High-Frequency Fluctuating Backpressure in an Isolator, Journal of Propulsion and Power, 2017, 33(6), 1-9.
- (46) Takeshita, T., Nakao, S., and Miyazato, Y., Application of Mach-Zehnder interferometers for Isolator Shock Trains, ACC Journal, 2019, 25(1), 1-6.
- (47) Al-Ammer, K., Agrawal, K., Gollahalli, S., Griffin, D., Application of Rainbow Schlieren Deflectometry for Concentration Measurements in an Axisymmetric Helium Jet, Experiments in Fluids, 1998, 25(2), 89-95.
- (48) Umeda, Y. and Ishii, R., Sound sources of screech tone radiated from circular supersonic jet oscillating in the helical mode, Aeroacoustics, 2002, 4(1), 355-384.
- (49) Seddon, J., The flow produced by interaction of a turbulent boundary layer with a normal shock wave of strength sufficient to cause separation, Aero. Res. Council, 1960, 3502, 159-178.
- (50) Matsuo, K., Miyazato, Y., and Kim, H. D., Mass-averaging pseudo-shock model in a straight flow passage,

- Proc Inst Mech Eng G J Aeros Eng, 1999, 213(6), 365-375.
- (51) Liepmann, H. W. and Roshko, A., Elements of Gasdynamics Dover Publishing, INC., Mineola, New York, 2001, 162-163.
 - (52) Om, D. and Childs, M. E., Multiple transonic shock-wave/turbulent boundary-layer interaction in a circular duct, AIAA Journal, 1985,23(10), 1506-1511.
 - (53) Yamane, R., Oshima, S., Nakamura, Y., Ishii, T. and Park, M. K., Numerical simulation of pseudoshock in straight channels, JSME Int J Ser B: Fluids and Thermal Engineering, 1995,38(4), 549-554.
 - (54) Takeshita, T., Nakao, S., and Miyazato, Y., Study on Structure of Shock Trains by RANS Simulations, Fifteenth International Conference on Flow Dynamics, 2018.

謝辞

私は 2013 年に北九州市立大学国際環境工学部に入学後、学部 4 年目に現在の流体研究室に配属が決まり、今日まで 6 年間本当にお世話になりました。学部 3 年時に研究室を選択する際、流体研究室の研究内容や積極的に国際学会へ参加していることを知り、この研究室であれば成長することができると思い配属を希望しました。配属後は先生方をはじめ多くの方々に支えられ、楽しく研究を行い、多くの国際学会へ参加することができました。学部 4 年時には博士後期課程へ進学は考えていませんでしたが、研究を進めるにあたって研究の面白さ、新しい発見や学びによる自分自身の成長を実感することができ、さらなる成長を求め進学することを決めました。博士後期課程に進学することは不安に感じる面も多くありましたが、研究室では宮里義昭教授、仲尾晋一郎准教授のもと、研究を進めるにあたり大変多くのご指導と心温まる激励の御言葉を賜り、不安を感じることなく研究に専念することができました。ここに厚く感謝申し上げます。

宮里義昭教授には本研究を進めるにあたり、研究の進め方、論文の書き方、研究発表の仕方など研究全般にわたってご指導頂きました。また、本課程を修了するにあたり、大変お忙しい中御指導・御鞭撻頂きました。ここに謹んで御礼を申し上げます。宮里義昭教授から数えきれない多くのことを学ばして頂きましたが、その中で一番学んだことは「楽しく挑戦」です。研究を通して、楽しく行うからこそ新たな発見・挑戦ができることを肌で感じる事が出来ました。この学びはこれからの人生に活かしていきたいと思います。

仲尾晋一郎准教授には研究全般にわたってご指導頂いた他に、学会の手配、研究に必要な備品の管理、就職活動の相談など幅広くご指導頂きました。特に私も含め学生が研究を行い易くするために、様々な事のご相談にのって頂きました。学生に悩み事や問題点が発生しても、円滑に物事が進み、多くの研究結果を出すことができたのは仲尾晋一郎准教授のおかげだと思います。また、博士後期課程に進学してからは、流体に関わるだけでなく、材料や溶接や機械構造の分野など非常に多くのことをご教示頂きました。ここに深く御礼を申し上げます。

機械システム工学科の山本秀樹技官には、研究の口頭発表の仕方など、過去の御経験から多くの事をご教示頂きました。ここに深く御礼を申し上げます。

機械システム工学科の加工センターの方々には、実験装置製作にあたり御指導及び御鞭撻を頂き、また機械加工について私をはじめ研究室の学生に多くの知識を与えて頂きました。ここに深く御礼を申し上げます。

学科事務室の方々には各種手続きなどで大変お世話になりました。装置の発注や学会の手続きなどを即座に対応して頂き大変感謝しております。ここに深く御礼を申し上げます。

奨学金担当の方々には、各種手続きなどで大変お世話になりました。博士後期課程 1 年からは奨学金に関するスケジュールなどを丁寧にご教示頂き、とても助かりました。ここに深く御礼を申し上げます。

ます。

本研究室の先輩・同輩・後輩には、実験装置の製作及び実験の遂行など、多くの助言及び協力を頂きました。いつも協力して頂いたお陰で研究を進めることが出来ました。

特に坂元悠貴さんには私が博士前期課程から非常にお世話になりました。2人で新しい研究を常に求め続け、走り続けた博士前期課程の2年間は非常に良いものとなりました。また、私が博士前期課程を修了した後も、研究の相談及び手伝いを行って頂き、ここに感謝を申し上げます。

後輩の福永諒汰さんには私が博士後期課程2年から非常にお世話になりました。私が研究室のPCを使えない中、様々な手配を行って頂き、大変助かりました。また、私が博士前期課程にやり残した研究を手伝って頂き、とても嬉しく思います。

後輩の稲富稜人さんには私が博士後期課程3年から非常にお世話になりました。特にマッハ・ツェンダー法を用いた実験と一緒に行って頂き、大変助かりました。最後に納得のいく結果を得ることができたのは、稲富さんのおかげだと思います。

博士後期課程の進学に理解を示して頂き、遠くの地から暖かく見守って頂きました両親に感謝を申し上げます。

最後になりましたが、いつも身近で支えて頂いた妻、娘には様々な協力をして頂きました。妻には、私が平日は仕事、休日は研究と自分自身の事しかしていない状況でありながら、常に家事と竹下家に笑顔と楽しさを与えて頂き、有難うございました。娘には、仕事で疲れた時も疲れが一瞬で吹き飛ばす笑顔を見せてくれて、有難う。私が研究する姿をいつも横でみている娘の笑顔は忘れることはないと思います。

2022 年 3 月

竹下 泰史